## ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JANVIER 1944.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES MAURAIN.

### MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Président fait connaître à l'Académie que l'Annuaire pour 1944 est paru et est mis en distribution au cours de la présente séance.

Notice sur la vie et l'œuvre de M. David Hilbert, par M. Gaston Julia.

Après avoir perdu Émile Picard, notre Académie a perdu David Hilbert, Correspondant pour la Section de Géométrie depuis 1911. En ces deux savants de premier ordre, l'opinion universelle reconnaissait les deux maîtres de la Mathématique contemporaine, et l'Institut Mittag-Leffler, de Stockholm, exprimait ce jugement en leur décernant simultanément, en 1937, sa grande médaille d'or.

Esprit mathématique et philosophique d'une ampleur et d'une pénétration exceptionnelles, David Hilbert laisse une œuvre considérable dont on n'a pas fini d'exploiter les prolongements. Sans nous attarder à des productions épisodiques, quoique aujourd'hui classiques, comme sa démonstration si simple de la transcendance de e et de  $\pi$ , comme les exemples géométriques de courbes péaniennes qu'il a donnés, nous citerons seulement quelques-unes de ses productions maîtresses.

Un résultat fondamental longtemps cherché sur l'existence et la construction, pour une forme d'un degré et d'un nombre de variables quelconques, d'un système complet d'invariants indépendants, en nombre fini, dont tous les autres invariants sont des fonctions rationnelles; une théorie des corps de nombres algébriques, base actuelle de la théorie des nombres, et dont une grande partie est œuvre originale; la première démonstration donnée du célèbre théorème de Waring sur la représentation des nombres entiers par des sommes de puissances  $n^{\text{ièmes}}$  d'entiers, démonstration dont le principe est une introduction des variables continues en Arithmétique, aussi hardie que celle imaginée par Hermite pour la réduction des formes binaires; tels sont les principaux titrés d'Hilbert en Algèbre et en Arithmétique.

En Analyse, outre l'étude des problèmes réguliers, il apporte les méthodes directes du calcul des variations; dans le même esprit, il donne la première démonstration rigoureuse du principe de Dirichlet, échappant à la critique de Weierstrass, et il en fait des applications importantes à la représentation conforme et à la théorie des fonctions; enfin sa théorie originale des équations intégrales linéaires introduit nombre d'idées et de méthodes nouvelles, notamment les formes à une infinité de variables, dont l'étude et le développement ont conduit à la conception de l'espace hilbertien, aujourd'hui utilisé couramment en Analyse, pour la théorie des équations différentielles ou aux dérivées partielles, en Géométrie, et surtout en Physique mathématique, par le développement des théories quantiques.

L'œuvre mathématique d'Hilbert, aussi vaste qu'elle apparaisse par les quelques indications précédentes, se double d'une œuvre physique et philosophique non moins importante. Parti d'une étude approfondie des principes de la Géométrie, il est conduit successivement à une étude analogue des principes de la Mécanique, classique ou quantique, et de la Physique; dans chacun de ces domaines, il donne aux principes une forme axiomatique rigoureuse, toutes ces formes se ramenant finalement à une construction axiomatique de l'Arithmétique, pour laquelle se pose un dernier et décisif problème, celui de la compatibilité des axiomes. C'est pour résoudre ce problème qu'il construit son calcul des propositions logiques, sa théorie de la démonstration, sa métamathématique, qui, malgré les critiques qu'on a pu leur adresser, sont des œuvres d'une admirable puissance.

Né à Kænigsberg, le 23 janvier 1862, d'une famille de juristes et de médecins, dozent en 1886 à l'Université de la ville, il y reçoit en 1892 une chaire, et en 1895 il est appelé à l'Université de Göttingen, qu'il ne devait plus quitter. En digne successeur des Gauss et des Riemann, il avait fait de Göttingen un des centres les plus élevés de la pensée mathématique; son extraordinaire personnalité, l'accueil bienveillant qu'il ne cessa de réserver aux jeunes, avaient groupé autour de lui des mathématiciens de tous pays. C'est à Göttingen, dans le cadre de sa maison et de son jardin bien-aimés, qu'il est mort doucement, le 14 février dernier, entouré du respect et de l'admiration de tous.

# Notice nécrologique sur Clodomir-Antony-Vincent Houard, par M. Auguste Chevalier.

Le 10 août 1943 est mort, dans sa soixante-dixième année, à Coulangessur-Yonne (Yonne), M. Clodomir Houard. Il était né le 22 janvier 1873, à Sainte-Colombe-sur-Loing (Yonne) et il avait été élu Correspondant de notre Compagnie dans la Section de Botanique le 1<sup>er</sup> mars 1937.

Elève de A. Giard et de Gaston Bonnier, il a consacré sa vie à l'étude des rapports qui existent entre les plantes et leurs parasites du règne animal, le

plus souvent larves d'insectes ou d'acariens qui provoquent sur le végétal la formation de galles ou zoocécidies. Reçu licencié ès sciences naturelles en 1895, il entra en qualité de préparateur au Laboratoire du P. C. N. de la Faculté des Sciences de Paris. Deux maîtres de la Biologie, Giard, de la Sorbonne, dont il suivit les excursions au Laboratoire de Wimereux, et L.-E. Bouvier, professeur d'Entomologie au Muséum, encouragèrent ses premières recherches sur les galles.

Avant de soutenir sa thèse, il avait publié en 1901 avec Darboux un Catalogue systématique des galles d'Europe, ouvrage qu'il reprit seul, sa thèse passée, pour le compléter et l'illustrer. L'ouvrage parut en 1908 et 1909 en deux volumes, Zoocécidies des plantes d'Europe et du Bassin de la Méditerranée.

En 1903, il publiait ses premiers travaux originaux sur la morphologie et sur la nutrition des tissus dans les galles de tiges. A partir de ce moment et sans discontinuer, il publia une foule de Mémoires sur les zoocécidies de la plupart des régions du Globe qui lui valurent divers prix de l'Académie des Sciences : le Prix de La Fons Mélicocq en 1907, le Prix de Coincy en 1919, le Prix Savigny en 1924, enfin le Grand Prix des Sciences physiques en 1933. Sa carrière universitaire n'est pas moins brillante : en 1911 il est nommé maître de conférences à la Faculté des Sciences de Caen, puis professeur de Botanique à cette même Université en 1916. Le 1<sup>er</sup> octobre 1919, il remplaçait C. Flahault comme professeur de Botanique à la Faculté des Sciences de Strasbourg et il devenait Directeur de l'Institut botanique et du Jardin des Plantes de cette importante cité, qu'il ne quittait que lorsque les tristes événements que l'on connaît l'obligèrent à s'éloigner. Il était mis à la retraite le 1<sup>er</sup> octobre 1943.

C. Houard est resté toute sa vie exclusivement un cécidologue. L'œuvre qu'il a accomplie dans ce domaine est considérable. Après avoir étudié plus spécialement les galles de l'Europe et particulièrement de la France, il étendit ses recherches à l'Afrique du Nord, puis à l'Afrique occidentale et équatoriale, enfin à l'Asie et à l'Amérique. Il correspondait avec les botanistes et agronomes d'une foule de pays, et spécialement de nos colonies. Il put, grâce à ces relations, rassembler une collection cécidologique des plus importantes, qu'il a donnée au Muséum national d'Histoire naturelle. Travailleur infatigable, Houard a consacré aux cécidies du Globe sept énormes volumes. Le dernier est relatif aux galles des chênes en Amérique du Nord. Le tome VIII de sa publication, qui devait être consacré aux galles des plantes d'Amérique autres que les chênes, ne pourra malheureusement paraître, ses manuscrits ayant disparu lors des malheureux événements de 1940. Ouvrages consciencieux, les publications de Houard lui survivent. Tous ceux qui s'intéressent à la Cécidologie doivent y recourir.

GÉODÉSIE. — Rapports nationaux sur les travaux géodésiques de 1936 à 1939.

M. Grorges Perrier, comme Secrétaire de l'Association internationale de Géodésie, présente à l'Académie les deux fascicules du tome 15 des Travaux de l'Association publiés par ses soins.

Ces deux fascicules contiennent les *Rapports nationaux* sur les travaux exécutés dans les différents pays adhérents à l'Association, établis à l'occasion de la septième Assemblée générale de Washington (3-15 septembre 1939).

Ces Rapports embrassent la période comprise entre les Assemblées générales d'Édimbourg (14-25 septembre 1936) et de Washington (3-15 septembre 1939).

Les différents fascicules des Travaux de l'Association internationale de Géodésie, dont le premier a été publié à l'occasion de la première Assemblée générale de Rome en 1922, constituent ainsi actuellement une collection de 15 gros volumes, dont certains sont consacrés aux Rapports nationaux et les autres à des Rapports généraux sur les différentes questions géodésiques à l'ordre du jour.

L'Assemblée générale de Washington s'est tenue dans des circonstances très particulières. La guerre a éclaté le jour même où devait s'assembler pour la première fois le Comité exécutif de l'Association internationale de Géodésie. Il en est résulté que les Délégués de certains pays belligérants, comme la France, la Grande-Bretagne etc., ont dû repartir immédiatement sans assister à l'Assemblée qui, cependant, a été très brillante et a obtenu un plein succès.

Comme il est d'usage à l'occasion de chaque Assemblée générale de l'Association, les Services géodésiques des États contractants avaient reçu par circulaire les instructions nécessaires pour la rédaction des Rapports nationaux.

Il est facile de s'imaginer quelles ont été, pendant la longue période de tension politique qui a précédé l'ouverture des hostilités, tout comme ensuite pendant celles-ci, les difficultés éprouvées pour faire parvenir au siège de l'Association à Paris les Rapports nationaux demandés. Certains ne sont même jamais parvenus.

Nous devons évidemment regretter que les circonstances nous aient privés de publier les Rapports rendant compte des travaux exécutés dans les pays suivants, pays qui avaient souvent fourni des Rapports documentés très intéressants : Bohême-Moravie, Brésil, Bulgarie, Chili, Espagne, Finlande, Grèce, Norvège, Roumanie.

Le Rapport de l'Italie et celui du Portugal ne sont pas parvenus à un nombre suffisant d'exemplaires pour être insérés dans les 1200 exemplaires prévus du fascicule 2 du tome 15.

Voici les pays dont les Rapports (au total au nombre de 28) ont été reçus et publiés :

Fascicule 1. — Allemagne, Belgique et Congo Belge, Canada, Danemark, Égypte (2 Rapports), France (2 Rapports), Madagascar, Indes Britanniques,

Indochine Française, Indes Néerlandaises, Pologne, Suisse, Thailand (Siam), Yougoslavie.

Fascicule 2. — Argentine, Colombie, États-Unis, France, Grande-Bretagne, Hongrie, Italie, Japon, Mexique, Norvège, Pays-Bas, Union Sud-Africaine. Comme toujours, l'ordre adopté pour les Rapports est l'ordre alphabétique

des noms des pays correspondants, en langue française.

Il nous est impossible de donner ici, même sommairement, une idée de tous ces Rapports et d'insister sur ceux qui présentent un intérêt particulier. Ce serait vouloir faire l'histoire des opérations géodésiques exécutées dans le monde entier pendant trois ans et des résultats remarquables de la collaboration internationale sur le terrain scientifique de la Géodésie durant cette période.

Nous espérons que, quelles que soient les pénibles circonstances actuelles, d'où sont résultées quelques lacunes dans la documentation des Rapports généraux, l'intérêt des deux fascicules du tome 15 consacrés à ces Rapports, établis à l'occasion de la septième Assemblée générale de Washington, n'en est pas diminué.

Le tome 16 des Travaux de l'Association de Géodésie, comprenant les Rapports généraux présentés à Washington sur les Bases, les Triangulations, les Déviations de la Verticale, l'Intensité relative de la pesanteur sur terre et sur mer, les Marées de l'Écorce terrestre etc., est dès à présent imprimé et paraîtra incessamment.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — Réalisation d'une aphakie virtuelle de l'œil normal permettant, dans le cas d'opération unilatérale de la cataracte, le rétablissement de la vision binoculaire. Note de M. Louis Lumière.

L'opération de la cataracte, qui consiste dans l'ablation du cristallin opacifié, conduit à compenser par une lentille sphérocylindrique de 11 à 13D la puissance réfringente perdue par suite de cette opération, un élément cylindrique négatif étant nécessité par l'astigmatisme inévitable provoqué par la fente horizontale pratiquée dans la cornée pour permettre l'extraction de l'élément opacifié. Cette correction astigmatique varie suivant les cas et peut atteindre 5 à 6D.

Or la lentille convergente placée en avant de l'œil pour effectuer la compensation provoque une élongation focale due au déplacement vers l'avant du point nodal d'émergence du système total, et cette élongation a pour effet d'augmenter les dimensions de l'image formée sur la rétine. Il en résulte que, si l'un seul des deux yeux a nécessité l'opération, la différence dans les dimensions des images perçues par les deux yeux rend impossible l'accommodation et il est d'usage courant d'éviter les conséquences de cet état de choses en plaçant devant l'œil non opéré un verre dépoli qui rend ainsi le patient borgne et le prive de la vision stéréoscopique.

Cette solution quelque peu barbare du problème n'a pas laissé de préoccuper les physiciens-ophtalmologistes, et notre Confrère M. de Gramont, particulièrement, s'est attaché à l'étude générale de la correction des amétropies et a précisé, dans une Note publiée par la Revue d'Optique en 1942, un mode de calcul applicable à tous les cas, après détermination, à l'aide de son ingénieux logomètre, de la valeur exacte des différences dans la dimension des images rétiniennes. Il propose in fine un dispositif applicable au cas de cataracte unilatérale et permettant de ramener en arrière le point nodal d'émergence à une position voisine de celle qu'il occupe dans l'œil emmétrope. Ce dispositif, qui utilise une lentille afocale assez épaisse, paraissant augmenter de façon gênante le poids des lunettes qui la portent, il propose de remplacer cette lentille afocale par un ensemble de deux éléments, corrigeant en même temps les aberrations sphérique et chromatique.

Ayant subi moi-même, récemment, l'ablation du cristallin de mon œil gauche, opération très habilement effectuée par M. le D' Paufique, ophtal-mologiste lyonnais dont la réputation a, depuis longtemps, franchi nos frontières, j'ai cherché, n'ayant pas eu alors connaissance des travaux de M. de Gramont, travaux dont la lecture m'avait échappé, une solution du problème évitant le fâcheux emploi d'un verre dépoli, et je suis arrivé à une solution différente de celle qu'il propose. Cette solution consiste à égaliser l'état dioptrique des deux yeux en provoquant une aphakie virtuelle de l'œil non opéré à l'aide d'une lentille biconcave de —16D, qui correspond, au signe près, à la puissance réfringente du cristallin, qui est de +16D d'après les mesures de Tscherning. Les deux yeux étant ainsi amenés à des états équivalents, il ne reste plus qu'à les munir de lentilles convergentes sphérocylindriques afin de corriger à la fois l'aphakie et les amétropies créées par l'opération ou préexistantes.

Le dispositif placé devant l'œil non opéré peut être constitué par un ensemble de deux tubes coulissant l'un dans l'autre de façon à permettre un réglage précis de l'isoéiconie, par suite du déplacement qu'il permet du point

nodal suivant l'axe optique.

J'ai pu, avec des moyens de fortune employant les éléments hétéroclytes dont je disposais, établir des lunettes qui montrent bien l'efficacité du principe et permettent de rétablir correctement la vision stéréoscopique, mais avec cet inconvénient (qui est peut-être un avantage) de percevoir l'image légèrement agrandie des objets [cet agrandissement peut varier, suivant les mensurations de M. de Gramont, dans le rapport de (1,1 à 1,3)/1], et il est accompagné, naturellement, d'un accroissement correspondant du relief résultant de l'élongation focale.

#### CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° André Rochon-Duvigneaud. Les yeux et la vision des Vertébrés (présenté par M. J. Jolly).

2° Paul Baud. Traité de Chimie industrielle. Tomes I et II (présenté par M. L. Guillet).

MÉCANIQUE. — Sur un problème de diffraction d'ondes électromagnétiques à la surface de séparation de deux milieux. Note de M. Louis Robin, présentée par M. Henri Villat.

M. Delsarte a traité le problème de la diffraction à la surface de séparation de deux milieux, la surface diffractante étant un plan indéfini, les solutions n'étant pas astreintes à être des fonctions sinusoïdales du temps et les deux milieux étant supposés non conducteurs (¹). Il a considéré successivement le cas de l'équation scalaire de propagation des ondes sphériques et celui du système des équations de Maxwell.

La présente Note est relative au même problème dans le cas de l'équation scalaire de propagation, les deux milieux étant supposés conducteurs.

Cette équation de propagation peut alors s'écrire

$$\frac{\partial^{3} u}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial z^{2}} - \frac{1}{V^{2}} \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} - \frac{2a}{V} \frac{\partial u}{\partial t} = 0,$$

V et a ayant des expressions connues, fonctions de la constante diélectrique du milieu considéré, de sa perméabilité magnétique et de sa conductibilité électrique.

Soit  $\gamma(y, z, t)$  la valeur de la fonction inconnue u dans le plan diffractant, pris comme plan x = 0. En résolvant le problème mixte, de type Dirichlet, à droite et à gauche de ce plan et en écrivant la continuité de la dérivée normale de la solution, pour x = 0, on est conduit à une équation intégro-différentielle de la forme

$$\Omega_1[\gamma] + \Omega_2[\gamma] = \alpha(y, z, t).$$

Le second membre  $\mathfrak{A}(y,z,t)$  ne dépend que des données de Cauchy dans

<sup>(1)</sup> Cf. Comptes rendus, 202, 1936, pp. 826 et 1026; Ann. Sci. École Norm. Sup., 53, 1936, pp. 223 à 273.

tout l'espace. Chacun des opérateurs  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$  a la forme

$$\begin{split} \mathfrak{O}[\gamma] &= \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} \gamma(y,z,t) + a \int_0^t \gamma(y,z,\tau) \, d\tau \\ &- \frac{1}{2\pi \mathbf{V}} \int_0^t d\tau \iint_{\Gamma_{yz\tau}} \frac{e^{-a\mathbf{V}(\tau-\theta)}}{(\tau-\theta)^2} \left( \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \zeta^2} \right) d\eta \, d\zeta \, d\theta \\ &- \frac{a^2}{4\pi} \iint_{\Gamma_{yzt}} \frac{e^{-ar}}{r} \gamma(\eta,\zeta,\tau) \, d\eta \, d\zeta \, d\tau \\ &- \frac{a^8 \mathbf{V}}{8\pi} \iint_{\Gamma_{yzt}} e^{-a\mathbf{V}(\tau-\theta)} j'' \left[ a^2 \frac{\mathbf{V}^2(\tau-\theta)^2 - r^2}{4} \right] \gamma(\eta,\zeta,\theta) \, d\eta \, d\zeta \, d\theta \end{split}$$

où  $r = [\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2$ , j(x) est la fonction bien connue de Bessel, d'ordre zéro, et  $\Gamma_{yzt}$  désigne le volume du cône de révolution défini par les inégalités

 $0 \le \tau \le t$ ,  $(\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 - V^2(t - \tau)^2 \le 0$ ;

 $\mathcal{O}_1$  s'obtient en affectant de l'indice i les constantes V et a qui sont alors relatives au premier milieu et de même pour  $\mathcal{O}_2$ .

Malgré sa complexité apparente, il se trouve que cette équation intégrodifférentielle peut être ramenée à l'équation différentielle linéaire du premier ordre

$$\left(\frac{1}{\mathbf{V}_1^2} - \frac{1}{\mathbf{V}_2^2}\right) \frac{\partial}{\partial t} \gamma(y, z, t) + 2\left(\frac{a_1}{\mathbf{V}_1} - \frac{a_2}{\mathbf{V}_2}\right) \gamma(y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \mathcal{O}_1[\alpha] - \mathcal{O}_2[\alpha] \right\}.$$

La démonstration de ce résultat, qui paraîtra dans un autre Recueil, suppose que  $\gamma(y, z, t)$  possède des dérivées quatrièmes en y et z, continues par rapport à l'ensemble des variables y, z, t.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — Sur les équations d'ondes macroscopiques du corpuscule de spin 2 en présence de matière. Note de M. GÉRARD PETIAU.

Nous représenterons l'équation d'ondes du système corpuscule de spin  $(1/2)/(h/2\pi)$  (nucléon)-corpuscule de spin  $(2.h/2\pi)$  (graviton) par l'équation

$$\frac{h}{2\pi i}\partial_t \frac{1}{4} \left[ \sum_r \alpha_k^1 \dots \alpha_0^r \dots \alpha_k^t \right] \chi_{i, i_1 \dots i_4} = \left[ \frac{1}{4} \left( \sum_r \alpha_k^1 \dots \alpha_0^r \dots \alpha_k^4 \right) H_0 + \mathcal{H} + H_1 \right] \chi_{i, i_1 \dots i_4}$$

avec

$$egin{aligned} \mathbf{H_{D}} &= c igg[ rac{h}{2 \pi i} \, \partial_{\mathbf{P}} lpha_{p} + lpha_{*} \, m_{0} c \, igg]; \qquad orall c = c igg[ rac{h}{2 \pi i} \partial_{p} rac{1}{4} (\Sigma_{r} lpha_{*}^{1} \ldots lpha_{p}^{r} \ldots lpha_{*}^{4}) + \mu_{0} c lpha_{*}^{1} lpha_{*}^{4} igg], \\ \mathbf{H_{1}} &= k ig[ l t_{lpha, eta} b^{lpha, eta} + m t_{lpha eta, \gamma} b^{lpha eta, \gamma} + n t_{lpha eta, \gamma \delta} b^{lpha eta, \gamma \delta} ig] \, \delta igg( \stackrel{
ightarrow}{\mathbf{R}} - \stackrel{
ightarrow}{r} igg). \end{aligned}$$

Avec les définitions

$$g^{00} = -1$$
,  $g^{pp} = +1$ ,  $g^{0p} = g^{pq} = 0$ ,  $\alpha_4 = \omega$ ,  $u_0 = -u^0 = \alpha_0 = 1$ ,  $u_p = u^p = \alpha_p$ ,  $u_{0p} = -u^{0p} = i\alpha_p\alpha_4$ ,  $u_{pq} = u^{pq} = i\alpha_p\alpha_q\alpha_4$ .

$$t_{\alpha,\beta} = \frac{h}{4\pi i} \left\{ \frac{\partial_{\beta} u_{\alpha} - u_{\beta} \partial_{\beta} + \partial_{\alpha} u_{\beta} - u_{\beta} \partial_{\alpha}}{+} \right\} - \frac{m_{0} c}{2} g_{\alpha\beta} \omega = t'_{\alpha\beta} - \frac{m_{0} c}{2} g_{\alpha\beta} \omega = t'_{\alpha\beta} - \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} t'_{\gamma}^{\gamma},$$

$$t_{\alpha\beta,\gamma} = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^{2} \left[ \partial_{\alpha} u_{\gamma} \partial_{\beta} - \partial_{\beta} u_{\gamma} \partial_{\alpha} \right] + \frac{h}{2\pi i} \left[ \partial_{\gamma} u_{\alpha\beta} - u_{\alpha\beta} \partial_{\gamma} \right] \right\},$$

$$t_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \frac{1}{2i} \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^{2} \left[ \partial_{\alpha} u_{\gamma\delta} \partial_{\beta} - \partial_{\beta} u_{\gamma\delta} \partial_{\alpha} + \partial_{\gamma} u_{\alpha\beta} \partial_{\delta} - \partial_{\delta} u_{\alpha\beta} \partial_{\gamma} \right]$$

$$- \frac{m_{0} c}{6} \left[ g_{\alpha\gamma} t'_{\beta\delta} - g_{\beta\gamma} t'_{\alpha\delta} + g_{\beta\delta} t'_{\alpha\gamma} - g_{\alpha\delta} t'_{\beta\gamma} \right],$$

qui entraînent

$$t_{\alpha}{}^{\alpha}=0, \quad t_{\alpha\beta}{}^{\beta}=0, \quad t_{\alpha\beta}{}^{\gamma\beta}=\frac{2}{3}\,m_0\,ct_{\alpha}{}^{\gamma}, \quad t_{\alpha\beta}{}^{\alpha\beta}=0.$$

Les  $b^{\alpha,\beta}$ ,  $b^{\alpha\beta,\gamma}$ ,  $b^{\alpha\beta,\gamma\delta}$  sont des matrices de la théorie du graviton adaptées à la fonction d'annihilation particulière

$$\Phi^{0}_{i_{1}, i_{2}, i_{2}, i_{1}} = (\alpha_{4} R^{\prime - 1})_{i_{1} i_{2}} (\alpha_{4} R^{\prime - 1})_{i_{3} i_{1}}$$

que nous considérerons et qui se représentent par

$$(b^{a,b})_{i_1...i_4; m_1...m_4} = \frac{1}{8} \left[ (u_1^a u_3^b + u_1^b u_3^a) \omega_2 \omega_4 - (u_1^a u_4^b + u_1^b u_4^a) \omega_2 \omega_3 - (u_2^a u_3^b + u_2^b u_3^a) \omega_1 \omega_4 + (u_2^a u_3^b + u_2^b u_4^a) \omega_1 \omega_3 \right],$$

R' est la matrice telle que R' $\alpha_p$ R' $^{-1} = \alpha_p^+$ , R' $\alpha_s$ R' $^{-1} = -\alpha_s^+$ .

Nous supposerons que le mouvement du nucléon correspond à un grand nombre de quanta et se trouve très peu perturbé par l'interaction, de telle sorte que la fonction d'ondes du système  $\chi_{i,i_1...i_k}$  se décompose en un produit des fonctions d'ondes du nucléon  $\Psi_i$  et du graviton  $\Phi_{i_1...i_k}$ , de telle sorte que l'on ait

$$\chi_{i_1,i_2...i_s} = \Psi_i \Phi_{i_1...,i_s}, \qquad \frac{h}{2\pi i} \partial_t \psi_i = H_D \Psi_i.$$

Multipliée par  $\Phi_i^*$  et intégrée sur les variables  $\chi_k$  du nucléon, l'équation (1) nous donne, en posant  $k_0 = (2\pi/h)\mu_0 c$ ,  $T_{a,b}^{(m'm)} = \Psi_i^{m'*}(t_{a,b})_{ij}\Psi_j^m$ ,

$$\left[\partial_{\alpha}\frac{1}{4}\left[\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{r}\omega_{1}\ldots u_{r}^{\alpha}\ldots\omega_{4}\right]+ik_{0}\omega_{4}\ldots\omega_{4}+\frac{2\pi i}{hc}\operatorname{H}_{1}^{(m'm)}\right]\Phi_{l_{1}\ldots l_{r}}=0$$

avec

$$\mathbf{H}_{1}^{(m'm)} = \mathbf{K} \left[ l \mathbf{T}_{\alpha,\beta}^{(m'm)} b^{\alpha,\beta} + m \mathbf{T}_{\alpha\beta,\gamma}^{(m'm)} + n \mathbf{T}_{\alpha\beta,\gamma\delta}^{(m'm)} b^{\alpha\beta,\gamma\delta} \right].$$

Nous représenterons la fonction d'onde totale du graviton par la superposition

$$\Phi_{i_1...i_4}(x, y, z, t) = \Phi^0_{i_1...i_4} + \Phi'_{i_1...i_4}(x, y, z, t),$$

 $\Phi'_{i_1...i_4}(x, y, z, t)$  étant une solution en évolution de spin total 2, c'est-à-dire symétrique en  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ , et nous définirons des grandeurs tensorielles par les combinaisons linéaires

$$\Phi^{a,b} = K(R'u^a)_{i_1i_1}(R'u^b)_{i_ki_3}\Phi'_{i_1...i_k}, \qquad \Phi^{a,b*} = K\Phi^*_{i_1...i_k}(u^aR'^{-1})_{i_ki_2}(u^bR'^{-1})_{i_ki_k}$$

telles que

$$\Phi_{\alpha}{}^{\alpha} = 0$$
,  $\Phi_{\alpha\beta}{}^{\beta} = 0$ ,  $\Phi_{\alpha\beta}{}^{\gamma\beta} = \Phi_{\alpha}{}^{\gamma}$ .

Tenant compte des relations

$$\frac{1}{4} [\Sigma_r \omega_1 \dots \omega_r^{\alpha} \dots \omega_4] \Phi_0 = 0, \qquad (R'u^a)_{l_i l_i} (R'u^b)_{l_i l_i} (b^{c,d})_{l_1 \dots l_i; m_1 \dots m_4} \Phi'_{m_1 \dots m_4} = 0,$$

le système (2) est équivalent au système des équations tensorielles

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi^{\alpha\beta,\gamma} + \partial_{\alpha} \Phi^{\alpha\gamma,\beta} \right] + k_{0} \Phi^{\beta,\gamma} + \frac{32\pi}{\hbar c} K^{2} I T^{\beta,\gamma} = 0, \\ \frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi_{\beta} \gamma - \partial_{\beta} \Phi_{\alpha} \gamma + \partial_{\delta} \Phi_{\alpha\beta}^{\delta\gamma} \right] + k_{0} \Phi_{\alpha\beta} \gamma - \frac{16\pi}{\hbar c} K^{2} m T_{\alpha\beta} \gamma = 0, \\ \frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi_{\beta,\gamma\delta} - \partial_{\beta} \Phi_{\alpha,\gamma\delta} + \partial_{\gamma} \Phi_{\alpha\beta,\delta} - \partial_{\delta} \Phi_{\alpha\beta,\gamma} \right] + k_{0} \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} + \frac{32\pi}{\hbar c} K^{2} n T_{\alpha\beta,\gamma\delta} = 0. \end{cases}$$

Si nous définissons des grandeurs réelles par les combinaisons

$$\Phi_{(r)}^{a,b} = \Phi^{a,b} + \Phi^{a,b*}, \qquad T_{a,b}^{(r)} = T_{a,b}^{(m'm)} + T_{a,b}^{(mm')},$$

le système (3) combiné avec le système analogue que l'on déduirait de la même façon de l'équation conjuguée de (1) nous donne le système d'équations entre grandeurs réelles

$$\left\{
\frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi_{(r)}^{\alpha\beta,\gamma} + \partial_{\alpha} \Phi_{(r)}^{\alpha\gamma,\beta} \right] + k_{0} \Phi_{(r)}^{\beta,\gamma} + \frac{32\pi}{hc} K^{2} l T_{(r)}^{\beta,\gamma} = 0, \\
\frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi_{\beta\gamma}^{\alpha\gamma} - \partial_{\beta} \Phi_{\alpha\gamma}^{\gamma} + \partial_{\delta} \Phi_{\alpha\beta}^{\delta\gamma} \right] + k_{0} \Phi_{\alpha\beta}^{\alpha\gamma} - \frac{16\pi}{kc} K^{2} m T_{\alpha\beta}^{\gamma} = 0, \\
\frac{1}{2} \left[ \partial_{\alpha} \Phi_{\beta,\gamma}^{\alpha\delta} - \partial_{\beta} \Phi_{\alpha,\gamma\delta}^{\alpha\gamma\delta} + \partial_{\gamma} \Phi_{\alpha\beta,\delta}^{\alpha\beta,\delta} - \partial_{\delta} \Phi_{\alpha\beta,\gamma}^{\alpha\beta,\gamma} \right] + k_{0} \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta}^{\alpha\beta,\gamma\delta} + \frac{32\pi}{hc} K^{2} n T_{\alpha\beta,\gamma\delta}^{\alpha\beta,\gamma\delta} = 0.$$

On voit facilement que la première de ces équations résulte de la contraction de la troisième, de telle sorte que l'on doit avoir

$$l=\frac{2}{3}m_0\,cn.$$

Ce sont les équations (4) qui, dans une interprétation cosmologique des phénomènes d'interactions massiques, devront être regardées comme définissant la structure de l'espace déterminée par la présence d'un nucléon.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — Sur l'interaction entre deux particules matérielles au moyen du corpuscule de spin maximum 2; loi de gravitation newtonienne.

Note de M<sup>mo</sup> MARIE-ANTOINETTE TONNELAT.

1. Normalisation. — Nous avons donné l'expression des grandeurs fondamentales de la théorie de la particule de spin maximum 2 dans le cas d'une onde plane monochromatique (¹). Ces grandeurs, relatives aux trois cas de spin j=2, j=1 et j=0, dépendent de 16 constantes arbitraires  $C_{ij}$ . Pour supprimer les ondes transversales des trois cas et aussi les ondes longitudinales électromagnétiques (j=1, m=0) responsables de l'interaction coulombienne, il est nécessaire de poser

$$2C_{33} = 2C_{44} = C_1$$
,  $2C_{34} = 2C_{43} = C_2$ ,  $2C_{12} = 2C_{21} = C_0$ .

Dans ce cas, 5 des 10 potentiels symétriques j=2 ne sont pas nuls. En adoptant les notations utilisées dans nos travaux précédents, ce sont :

$$\Phi_{11} = \Phi_{22} = \frac{4}{4} \frac{k_0^2}{\Lambda^2} \cdot C_0 P \qquad (k_0 = 2 \pi \mu_0 c \mid h),$$

$$\Phi_{33} = -\frac{4}{4} \frac{k^2}{\Lambda^2} \cdot (C_1 + C_2) P, \qquad \Phi_{44} = \frac{4}{4} \frac{k^2}{\Lambda^2} \cdot A^2 \cdot A_1 + C_2 P,$$

$$\Phi_{34} = -\frac{4}{4} \frac{ik}{k} A^2 \cdot (C_1 + C_2) P.$$

D'autre part les grandeurs relatives à j = 0 sont alors

$$\Sigma_{\mu}\Phi_{\mu\mu} = 4k^2./\Delta^2.(2C_0 - C_1 - C_2)P, \qquad \varphi = 4k^2./\Delta^2.(C_2 - C_1)P.$$

On pourrait normaliser en isolant complètement j=0 de j=2. Ce procédé qui consisterait à poser  $C_1=C_2=C_0$  est difficilement acceptable si nous conservons l'interprétation que nous avons donnée des  $\Phi_{\mu\nu}$  en fonction des  $g_{\mu\nu}(^2)$ . Toutefois, en tenant compte des rôles symétriques des constantes  $C_4$  et  $C_2$  il est naturel de poser  $C_4=C_2$ , ce qui a l'avantage de supprimer les grandeurs relatives à l'invariant  $\varphi$  qui n'ont aucun rapport avec le cas j=2. On posera donc

$$C_1 = C_2 = aC$$
,  $C_0 = bC$ 

et, d'après la valeur de ρ, on obtiendra

$$\Phi_{11} = \Phi_{22} = b \varpi k_0^2, \qquad \Phi_{33} = 2 a \varpi k^2, \qquad \Phi_{44} = 2 a \varpi k^2, \qquad \Phi_{34} = -2 i a \varpi k k,$$

$$\Phi = \sum_{\mu} \Phi_{\mu\mu} = 2 (b - a) \varpi k_0^2,$$

en posant  $\varpi = P/k^2 \cdot [2k \cdot | k \cdot V(2a^2 + b^2)]^{\frac{1}{2}}$ .

2. Interaction. — L'opérateur d'interaction comprendra deux sortes de termes, les uns relatifs à j=2, les autres à j=0. On posera

$$H^{(1)} = H_2^{(1)} + H_0^{(1)}$$

(2) Ibid., 212, 1941, pp. 384 et 687.

<sup>(1)</sup> Comptes rendus, 212, 1941, p. 263; Ann. Phys., 17, 1942, p. 158.

avec

$$H_2^{(1)} = L_g T^{\mu\nu} K_g \Phi_{\mu\nu}, \qquad H_0^{(1)} = L_g' T K_g \Phi,$$

 $T^{\mu\nu}$  est le tenseur de Tétrode relatif à la particule matérielle, T la trace de ce tenseur.  $L_g$  et  $L'_g$  représentent les coefficients d'interaction pour j=2 et j=0. Enfin  $K_g$  est un coefficient qui détermine les potentiels symétriques de la théorie en fonction des  $\Phi_{(\mu\nu)}$ . A partir de  $H^{(1)}$  on peut calculer les éléments de matrice  $H^{(1)}_{km',om}$  correspondant à une transition  $m\to m'$  de la particule matérielle par émission d'un graviton qui passe de l'état d'annihilation à l'état k. Le raisonnement est le même que celui utilisé par L. de Broglie pour déterminer l'interaction entre deux électrons par échange de photons. A partir de l'expression générale ainsi obtenue (3), on peut faire l'approximation correspondant aux faibles vitesses de l'électron et appliquer successivement les calculs aux transitions 1,01 et 2,02. On obtient finalement l'élément de matrice suivant qui rend compte du passage de l'état initial à l'état final :

$$\mathbf{H}_{ij} = -\mathbf{K}_{g}^{2} \frac{16 \pi^{2} \mu_{0} c^{4}}{h^{2}} \frac{m_{1} m_{2}}{k^{2}} \frac{4}{2 a^{2} + b^{2}} \left[ \mathbf{L}_{g} \frac{\overset{\leftarrow}{k^{2}}}{\overset{\leftarrow}{k_{0}}} a + \mathbf{L}_{g}' (b - a) \right]^{2} (\gamma)_{1,01} (1)_{2,02}.$$

La partie classique correspond à un potentiel du type de Seelinger

$$\mathbf{U} = -\mathbf{K}_{g}^{2} \frac{16 \pi \mu_{0} c^{4}}{h^{2}} \frac{1}{2 a^{2} + b^{2}} \left[ \mathbf{L}_{g}^{2} a^{2} + \mathbf{L}_{g}^{\prime 2} (b - a)^{2} - 2 \mathbf{L}_{g} \mathbf{L}_{g}^{\prime} a (b - a) \right] \frac{m_{1} m_{2}}{\left| \frac{1}{r_{12}} \right|} e^{-k_{0} \left| \frac{1}{r_{12}} \right|}.$$

3. Loi de gravitation newtonienne. — L'assimilation du potentiel U à un potentiel quasi newtonien conduit à poser

(1) 
$$K_g^2 \frac{16\pi\mu_0 c^b}{h^2} \frac{1}{2a^2 + b^2} [L_g^2 a^2 + L_g'^2 (b - a)^2 - 2L_g L_g' a (b - a)] = G,$$

de façon à obtenir

$$\mathbf{U} = -\mathbf{G} \frac{m_1 m_2}{\left| \frac{\rightarrow}{r_{12}} \right|} e^{-k_0 r_{12}^{\frac{\rightarrow}{2}}}.$$

L'équation (1) ne suffit pas à déterminer  $K_g$ ,  $L_g$ ,  $L'_g$  ni le mode de normalisation fixé par les constantes a et b. En ce qui concerne ce dernier, il est satisfaisant de poser a = 0, b = 1. On peut alors écrire

$$K_g^2 \frac{16\pi\mu_0 c^4}{h^2} L_g^{\prime 2} = G.$$

Toute la contribution des ondes longitudinales à la gravitation newtonienne est ainsi fournie par le cas j = 0. Ce résultat est vraisemblable car si l'on

а

<sup>(3)</sup> Cette expression diffère de celle qu'a proposée M. Petiau par une normalisation qui demeure quelconque, par la présence du terme  $H^{(1)}$  et par des termes supplémentaires dans  $H_0^{(2)}$  dus aux ondes longitudinales  $\Phi_{11}$  et  $\Phi_{22}$ .

s'intéresse uniquement à la loi de Newton, il paraît superflu de mettre en jeu un tenseur à 10 composantes. D'autre part cette normalisation permet d'éliminer les ondes longitudinales des deux photons constituant la particule de spin 2.

Même en adoptant cette normalisation, le coefficient  $K_g$  et la constante d'interaction ne sont pas déterminés en fonction de G. En faisant appel à un processus d'interaction macroscopique entre graviton et particule matérielle, on peut alors trouver une autre équation entre les constantes  $K_g$ ,  $L_g$  et G qui permet de lever complètement cet arbitraire.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — Utilisation de la fonction caractéristique de Laplace dans certains problèmes classiques de Mécanique ondulatoire. Note (1) de M. Edmond Arnous.

Nous avons essayé de montrer (²) comment l'introduction de la fonction caractéristique de Laplace, en permettant de condenser le principe des valeurs propres et le principe de décomposition spectrale en un principe unique de quantification, présentait un certain intérêt théorique. Nous nous proposons ici de montrer, en choisissant un petit nombre d'exemples simples, que la fonction caractéristique quantique est suffisamment maniable pour être utilisée dans certains problèmes classiques.

Nous désignons toujours par q l'ensemble des variables qui repèrent le système mécanique, par H l'opérateur hamiltonien, par  $\Psi(q)$  la fonction d'onde, par u un paramètre réel et par t le temps. A la grandeur mécanique étudiée correspond un opérateur A et une statistique définie par sa fonction caractéristique

$$K_{\mathbf{A}}(u, t) = \int_{\mathbf{D}} \Psi^{\star} e^{iu\mathbf{A}} \Psi dq.$$

Voici d'abord une étude de spectre continu, le spectre de l'énergie d'un point mobile sur une droite en l'absence de champ (cas de Darwin

$$\Psi_{0} = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{2\pi}}} e^{-\frac{x^{2}}{\hbar\sigma^{2}}} e^{-\frac{2\pi i}{\hbar} m\nu_{0} x}$$

$$K_{E} = \int_{D} \Psi_{0}^{\star} e^{iu\Pi} \Psi_{0} dq = \int_{D} \Psi_{0}^{\star} \Psi\left(t = \frac{hu}{2\pi}\right) dq = \frac{e^{\frac{1}{2}m\nu_{0}^{2}} \frac{iu}{1 - 2\lambda^{2} iu}}{\sqrt{1 - 2\lambda^{2} iu}},$$

ou  $\lambda^2 = h^2/32 \pi^2 m \sigma^2$ .

Le calcul symbolique permet de passer à la densité de probabilité f(E) en

<sup>(1)</sup> Séance du 17 janvier 1944.

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 218, 1944, p. 108.

utilisant la correspondance (3)  $\sqrt{\pi p} e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{\cosh \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 

$$f(\mathbf{E}) = \frac{e^{-\frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(\sqrt{\mathbf{E}} + \sqrt{\frac{1}{2}mv_{\delta}^2}\right)^2 + e^{-\frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(\sqrt{\mathbf{E}} - \sqrt{\frac{1}{2}mv_{\delta}^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\lambda_2\sqrt{\mathbf{E}}}.$$

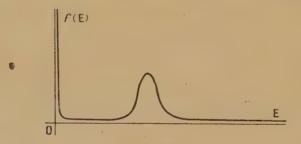
La valeur moyenne de E est  $1/2mv_0^2 + \lambda^2$ . Tout ceci s'interprète facilement si l'on sait que la vitesse suit une loi de Gauss.

Voici maintenant un exemple de spectre discontinu, celui du spin en Mécanique de Dirac,

$$\mathbf{K}_{s} = \int_{\mathbf{D}} \sum_{m=1}^{4} \Psi_{m}^{\star} e^{iu \frac{h}{4\pi} i \alpha_{1} \alpha_{2}} \Psi_{m} dq = e^{iu \frac{h}{4\pi}} \int_{\mathbf{D}} |\Psi_{1}|^{2} + |\Psi_{3}|^{2} dq + e^{-iu \frac{h}{4\pi}} \int_{\mathbf{D}} |\Psi_{2}|^{2} + |\Psi_{4}|^{2} dq,$$

expression qui donne simultanément les valeurs propres et les probabilités.

Voici enfin un exemple dans lequel l'introduction de la fonction caractéristique permet d'étudier dans le cas général et en quelques lignes un long théorème classique qui soulève quelques difficultés dans sa réciproque.



La condition nécessaire et suffisante pour que A soit intégrale première est que A commute avec  $L = H - (h/2\pi i)(\partial/\partial t)$ . En effet A est intégrale première, par définition, si dK(u)/dt est identiquement nul quel que soit l'état initial  $\Psi_0$ ; or

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \frac{2\pi i}{h} \int_{\mathbf{R}} \mathbf{\Psi}^{\star} (e^{iu\mathbf{A}} \mathbf{L} - \mathbf{L} e^{iu\mathbf{A}}) \mathbf{\Psi} \, dq.$$

Il est clair que la condition énoncée est suffisante. On reconnaît qu'elle est nécessaire en développant  $\Psi$  dans un système complet de solutions  $\Psi_n$  de l'équation d'onde. En substituant  $\Psi = \sum_n c_n \Psi_n$  et en écrivant que dK/dt est nul quels que soient les  $c_n$  (c'est-à-dire quel que soit  $\Psi_0$ ), on voit que les matrices  $\int_{\mathbb{D}} \Psi_m^* (AL - LA) \Psi_n dq$  sont nulles.

<sup>(3)</sup> Voir Pierre Humbert et N. W. Mac Lachlan, Formulaire pour le calcul symbolique (Mém. Sci. Math.), 1941.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — Sur les déformations des corps solides. Équation générale de la déformation élasticovisqueuse. Note (1) de M. Christian B. De Carbon, présentée par M. Albert Caquot.

Nous avons déjà signalé (²) que, tant que les efforts restent faibles, il est légitime de négliger les effets de la plasticité (qui n'interviennent dans les lois de la déformation que par des termes du troisième ordre) pour ne tenir compte que de ceux de la viscosité (qui sont du premier ordre). Le système d'équations différentielles donné dans cette Note représente donc, dans ce cas, les lois de la déformation de la matière. Ces équations permettent par intégration d'expliciter la loi qui relie la forme géométrique à l'effort.

Prenons par exemple une éprouvette cylindrique de rayon R, de hauteur h, et soient  $\theta(t)$  et  $\mathcal{C}(t)$  l'angle et le couple de torsion à l'instant t, l'origine des temps correspondant à l'état initial neutre, c'est-à-dire sans tensions internes. L'angle  $\theta(t)$  est lié au couple  $\mathcal{C}(t)$  par l'équation

(1) 
$$\frac{2h}{\pi R^4} \mathcal{C}(t) = \int_0^\infty G'(\lambda) e^{-\lambda t} \int_0^t e^{\lambda t} \theta'(t) dt d\lambda,$$

dans laquelle  $G(\lambda)$  est la fonction que nous avons appelée dans une Note précédente (\*) fonction caractéristique de viscosité de la matière.

Il est facile de voir que l'équation ci-dessus ramène le calcul du couple  $\mathcal{C}(t)$  à de simples opérations de dérivation et d'intégration, quand nous connaissons la fonction  $G(\lambda)$  et la loi de torsion  $\theta(t)$ .

Cette équation nous permet aussi de calculer la fonction  $G(\lambda)$  quand nous supposons connues les fonctions C(t) et  $\theta(t)$ , ce calcul étant ramené à des opérations de dérivation et d'intégration, et à la solution d'une équation intégrale linéaire de Fredholm de première espèce. Une seule expérience, l'enregistrement simultané des deux courbes  $\theta(t)$  et C(t), nous permettrait donc théoriquement (si l'expérience pouvait être faite avec une précision suffisante) de déterminer la fonction caractéristique de viscosité  $G(\lambda)$  dont nous avons déjà signalé (\*) un autre mode de détermination par l'étude du frottement interne.

L'équation (1) nous donne enfin la possibilité de calculer  $\theta(t)$  quand nous connaissons  $G(\lambda)$  et C(t). Posons en effet

$$\theta'(t) = \int_0^\infty e^{-\mu} f(\mu) d\mu,$$

<sup>(1)</sup> Séance du 4 janvier 1944.

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 216, 1943, p. 195.

<sup>(3)</sup> Comptes rendus, 217, 1943, p. 668.

c'est-à-dire exprimons  $\theta'(t)$  sous la forme d'une intégrale de Laplace-Abel. Cet artifice nous permet de transformer l'équation (1) qui devient

(2) 
$$\frac{2h}{\pi R^{3}} \mathcal{C}(t) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \frac{e^{-\mu t} - e^{-\lambda t}}{\lambda - \mu} f(\mu) G'(\lambda) d\lambda d\mu,$$

ramenant ainsi le calcul de  $\theta(t)$  à des opérations de dérivation et d'intégration, et à la solution de l'équation intégrale de Fredholm de première espèce

$$-\frac{2h}{\pi R^{4}}\mathcal{C}(t) = \int_{0}^{\infty} \mathbf{A}(\mu, t) f(\mu) d\mu$$

admettant pour noyau

$$A(\mu, t) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu t} - e^{-\lambda t}}{\lambda - \mu} G'(\lambda) d\lambda.$$

Les équations équivalentes (1) et (2) permettant de relier l'effort  $\mathcal{C}(t)$  à la déformation  $\theta(t)$ , contiennent donc la solution de tous les problèmes que l'on peut se poser à propos des relations entre l'effort et la forme pour un type donné de l'effort. Elles contiennent en particulier les lois de la relaxation, de la réactivité, du fluage. En remplaçant dans ces équations  $\mathcal{C}(t)$  par  $-\mathbf{I} d^2\theta/dt^2$ , nous aurons l'équation des oscillations assorties d'un pendule de Coulomb.

HYDRODYNAMIQUE STATISTIQUE. — Interdépendance du tourbillon moyen local et de la vitesse moyenne locale d'agitation dans les mouvements turbulents.

Note (1) de M. Roger Brard, présentée par M. Émile-G. Barrillon.

Dans un écoulement turbulent statistiquement permanent, la vitesse moyenne quadratique locale d'agitation est proportionnelle à la puissance 1/4 du tourbillon moyen local. Nous analysons ci-après les fondements de cette loi, que Gebelein a énoncée sans en donner de vraie démonstration (2).

Des mesures de la vitesse instantanée  $\overrightarrow{V}$  à différentes époques permettent de définir en chaque point  $A(y_1, y_2, y_3)$  d'une conduite ou canal  $\Omega$  la vitesse moyenne locale  $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{EV}$  (3), les fluctuations  $c_{ik}^2 = \overrightarrow{S_{ik}} \overrightarrow{V}$ , et le tourbillon moyen local  $\overrightarrow{X} = \operatorname{rot} \overrightarrow{U} = \overrightarrow{EY}$ ,  $\overrightarrow{Y}$  étant le tourbillon instantané. La loi-de la puissance 1/4 s'écrit

$$c_{lk}^2 = \operatorname{const.} |\mathbf{X}_j|^{\frac{1}{2}},$$

 $X_j$  étant une quelconque des composantes de  $\overrightarrow{X}$ .

<sup>(1)</sup> Séance du 4 janvier 1944.

<sup>(2)</sup> H. Gebelein, Turbulenz, Berlin, 1935.

<sup>(&</sup>quot;) E signifie valeur probable et > signifie beaucoup plus grand que.

Pour établir (1) il faut, à notre avis, appliquer à chaque instant la loi de Biot et Savart pour le calcul de  $\overrightarrow{V}(A, t)$  à partir des  $\overrightarrow{Y}(A', t)$  et effectuer les moyennes temporelles des  $\overrightarrow{V}$  et  $\overrightarrow{Y}$ . Nous supposerons les  $\overrightarrow{V}$  et  $\overrightarrow{Y}$  stationnaires et utiliserons les résultats suivants :

1° Si Z est stationnaire par rapport à z, si E'Z et S'2Z, calculés pour z donné, sont indépendants de z, et si  $z-z_0\gg z^*$  avec  $z^*=\int_0^\infty k(z_2-z_4).d(z_2-z_4)$ , k étant le coefficient de corrélation de  $Z(z_1)$  et  $Z(z_2)$ , on a

(2) 
$$S^{2}\left\{\int_{z_{0}}^{z} \mathbf{Z}(z) dz\right\} : \mathbf{E}\left\{\int_{z_{0}}^{z} \mathbf{Z}(z) dz\right\} = \frac{2z^{\star} \cdot \mathbf{S}^{2} \mathbf{Z}}{\mathbf{E}^{\prime} \mathbf{Z}} = \text{const.}$$

2º Si Z est stationnaire par rapport à z, on a (loi forte des grands nombres)

(3) 
$$EZ = \lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_0^z E'Z(z) dz,$$

(4) 
$$S^{z}Z = E\{(Z - EZ)^{2}\} = \lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{0}^{z} E'\{(Z - EZ)^{2}\} dz$$

$$= \lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{0}^{z} [S'^{2}(Z - EZ) + (E'Z - EZ)^{2}] dz = \lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{0}^{z} S'^{2}(Z - EZ) dz,$$
(5) 
$$\lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{0}^{z} S'\{Z - EZ\} dz = \left[\lim_{z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{0}^{z} S'^{2}(Z - EZ) dz\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \lim_{z \to \infty} \left[z \cdot S^{2}\left\{\frac{1}{z} \int_{0}^{z} (Z - EZ)^{2} dz\right\}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Soient donc  $k_{\alpha\beta}^{(e)}$  le coefficient de corrélation de  $Y_{\alpha}(A', t)$  et  $Y_{\beta}(A'', t)$ ,  $k_{\alpha\beta}^{(t)}$  celui de  $Y_{\alpha}(A, t')$  et  $Y_{\beta}(A, t'')$ . Posons

(6) 
$$\begin{cases} \omega_{\alpha\beta}^{\star} = \iint_{0}^{+\infty} k_{\alpha\beta}^{(e)}(\mathbf{A}', \mathbf{A}'', t) \cdot d(y_{1}'' - y_{1}') d(y_{2}'' - y_{2}') d(y_{3}'' - y_{3}'), \\ t_{\alpha\beta}^{\star} = \int_{0}^{\infty} k_{\alpha\beta}^{(t)}(\mathbf{A}, t'' - t') \cdot d(t'' - t'). \end{cases}$$

La loi de Biot et Savart s'écrit symboliquement

$$\mathbf{V}_{t}(\mathbf{A}, t) = \int_{\Omega} \sum_{j} f_{tj}(\mathbf{A}, \mathbf{A}') \cdot \mathbf{Y}_{j}(\mathbf{A}', t) \cdot d\Omega(\mathbf{A}').$$

On déduit alors de la formule (2) que, si (approximation a)  $E'Y_{\alpha}$  et  $S_{\alpha\beta}^{'2}\overrightarrow{Y}$  varient assez lentement pour pouvoir être regardées comme constantes dans la portion  $\omega$  de  $\Omega$  qui donne une contribution non nulle dans  $V_i$ , et si (hypothèse  $H_1$ ) $\omega \gg \omega^*$ :

(7) 
$$S_{ik}^{\prime 2} (\overrightarrow{V} - \overrightarrow{U}) \cong \text{const.} [E'V_{ji} - U_{ji}] \cong \text{const.} |E'Y_j - X_j|,$$
C. R., 1944, 1st Semestre. (T. 218, N° 4.)

l'égalité étant d'autant plus exacte que  $\omega$  est plus petit, ou que A est plus éloigné des limitantes du canal.

On déduit de (4) que  $c_{ik}^2 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T S_{ik}^{\prime 2} \{ \overrightarrow{V}(\Lambda, t + \tau) - \overrightarrow{U}(\Lambda) \} d\tau$ , ou encore, d'après (7) et (5), que, si (hypothèse  $H_2$ ) il y a proportionnalité entre  $|E'Y_j - X_j|$  et  $S'\{Y_j - X_j\}$ ,

(8) 
$$c_{ik}^{2}(\mathbf{A}) = \operatorname{const.} \lim_{\mathbf{T} \to \infty} \left[ \mathbf{T} \cdot \mathbf{S}_{ik}^{2} \left\{ \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{T}} \int_{0}^{\mathbf{T}} \left( \mathbf{Y} - \mathbf{X} \right) d\tau \right\} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Si  $T \gg t^*$ , ce qui est évidemment le cas si (hypothèse  $H_3$ ) les  $t^*_{\alpha\beta}$  sont finis, on déduit de (2) que  $\lim_{T\to\infty} T$ .  $S^2_{ik} \setminus \frac{1}{T} \int_0^T (\overrightarrow{Y} - \overrightarrow{X}) d\tau \Big| = 2 t^*_{ik} \cdot \frac{S'_{ik} \overrightarrow{Y}}{E'Y_j} \cdot \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T E' Y_j d\tau$ . Compte tenu de (3), on a bien (1) pourvu que  $S'_{ik} Y : E' Y_j$  ne dépende pas de A, ce qui a lieu, vu (7) et la relation  $\overrightarrow{Y} = \operatorname{rot} \overrightarrow{V}$ .

En définitive, la loi de la puissance 1/4 est établie moyennant des hypothèses  $\mathbf{H}_1$  et  $\mathbf{H}_3$  physiquement admissibles, une hypothèse  $\mathbf{H}_2$  effectivement vérifiée si le type de la loi de probabilité de  $\mathbf{Y}$  ne dépend ni du point, ni de l'époque, et une approximation (a). La loi est d'autant plus exacte qu'on est plus loin des parois.

CHALEUR. — A propos de la convection naturelle par les fils. Note (1) de MM. CHARLES BORY et PIERRE VERNOTTE, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avions exposé (²) que, si l'on portait sur un graphique les coefficients de convection d'un certain fil fin de platine, logé dans une enceinte cylindrique horizontale, pour deux échauffements assez faibles les points s'alignaient très bien avec le point relatif au passage de la chaleur sous l'effet de la conduction pure, correspondant à l'échauffement nul.

Or un examen plus attentif, confirmé par toutes les mesures de l'un de nous (3), a montré que cet alignement n'existait pas, et que, par suite, on ne mettait pas en évidence l'infrarégime de convection (4) caractérisé par un écoulement visqueux du fluide chaud, et une variation linéaire du coefficient avec l'échauffement.

Les dites mesures ont même montré que, contrairement à ce qui se passait dans le cas de la convection par des objets dont les dimensions se comptaient en centimètres, le coefficient de convection variait d'une façon parfaitement continue (avec cette réserve que plusieurs régimes voisins paraissaient possibles)

<sup>(1)</sup> Séance du 27 décembre 1943.

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 200, 1935, pp. 1917 et 1919.

<sup>(3)</sup> Borv, Thèse, Toulouse, 1943.

<sup>(\*)</sup> Comptes rendus, 202, 1936, p. 733.

jusqu'au chiffre correspondant à la conduction pure. Pour ces fils (diamètres de 10 à 300°, échauffements de 10 à 600°), le régime visqueux, que l'on aurait dû atteindre d'après la théorie (\*), serait donc instable; soit que la très forte courbure du métal du fil entraîne des conséquences spéciales, soit que le caractère limité du parcours des éléments fluides chauds (lequel tient au diamètre fini de l'enceinte cylindrique) conduise à considérer aussi, pour l'application de la théorie, le nombre de Péclet formé, non avec le diamètre du fil, mais avec le diamètre de l'enceinte (ce qui n'arriverait pas si le corps convectant et l'enceinte avaient des dimensions du même ordre) : avec un nombre de Péclet aussi grand, le régime visqueux n'est plus observable.

Enfin nous voudrions corriger l'interprétation donnée (3) aux résultats expérimentaux, qu'une étude plus complète montre conduire à deux conséquences très importantes.

1° En portant en abscisses  $\theta^{1/6}$ ,  $\theta$  étant l'échauffement, on obtient, pour le coefficient de convection, une ligne se détachant de l'axe des ordonnées avec une pente finie et différente de zéro, de sorte que, lorsque l'échauffement du fil n'est pas trop considérable, le coefficient de convection, ainsi que l'avait prévu théoriquement l'un de nous ( $^{5}$ ), est fonction linéaire de  $\theta^{1/6}$ , et non de  $\theta^{1/4}$ .

 $2^{\circ}$  En portant en abscisses  $\theta^{1/4}$ , nous avions cru reconnaître que la courbe du coefficient de convection se composait de deux parties : une portion très rectiligne, puis, à partir d'un certain échauffement critique, une portion très courbée apparaissant brusquement, ce que nous interprétions comme un nouveau régime.

Or le caractère extrêmement dénué de courbure de la première partie de la courbe est le résultat d'une amorce d'inflexion tenant au mauvais choix de l'abscisse (car il y a un terme linéaire en  $\theta^{1/6}$ , et non en  $\theta^{1/6}$ ); quant à l'apparition assez brusque de la courbure, on pouvait l'interpréter, soit comme une discontinuité de courbure, soit comme le fait d'une loi en  $x^n$  (n étant très élevé) s'ajoutant à la loi linéaire. En essayant diverses valeurs de n, on trouve que n=7 représente parfaitement les expériences. Ce serait bien une valeur inexplicablement grande, conduisant à préférer l'interprétation par discontinuité de courbure, si x n'était pas la racine sixième de la grandeur expérimentale  $\theta$ , car  $\eta$ : 6 n'est plus un exposant anormalement élevé. En remarquant que  $\eta$ : 6 = 1 + 1:6, on voit que les expériences prouvent simplement qu'il faut corriger par un terme en  $\theta$  la loi simple en  $\theta^{1/6}$ . La loi du coefficient de convection, pour les fils considérés, se formulerait donc, avec une précision de 0.5%, jusqu'aux échauffements de  $600^\circ$ , par la loi

$$C = C_0 + A \theta^{\frac{1}{6}} (I + B \theta).$$

<sup>(5)</sup> Ibid., 208, 1939, p. 976.

Cette loi est extraordinairement simple, puisqu'elle ne contient que deux paramètres, la quantité  $C_{\bullet}$ , due à la conduction pure s'effectuant à la température de l'enceinte, pouvant se calculer a priori.

ÉLECTROTECHNIQUE. — Sur un théorème de la théorie des réseaux polyphasés.

Note de M. François Raymond, présentée par M. Joseph Bethenod.

Sous le titre Sur l'extension des propriétés du quadripôle aux réseaux polyphasés équilibrés les plus généraux (1), R. Julia et J. Fallou ont démontré un théorème qui est la généralisation de la théorie classique du quadripôle.

Notre but, en revenant sur une question quasi évidente, est de montrer que le travail cité ci-dessus est un cas particulier d'un théorème général immédiat dès qu'on traduit la contexture du réseau polyphasé symétrique par des tenseurs impédances de symétries données.

Soit un réseau possédant n+1 bornes d'entrée et n+1 bornes de sortie. Les bornes d'entrée forment un groupe, c'est-à-dire que la somme des courants pénétrant dans le réseau par ces bornes est identiquement nulle; il en est de même pour les bornes de sortie. Ceci permet, en prenant une borne d'entrée comme référence pour les n autres bornes, et en procédant de la même façon pour les bornes de sortie, d'exprimer le fonctionnement du réseau par 2n équations de la forme

(1) 
$$\begin{cases} u_1^i = z_1^{ij} x_{1j} + A_1^{ij} x_{2j} & (i = 1, 2, ..., n) \\ u_2^i = A_2^{ij} x_{1j} + z_2^{ij} x_{2j} & (j = 1, 2, ..., n) \end{cases},$$

où  $u_4^i$  est le potentiel de la borne d'entrée i par rapport à la  $n+1^{i\text{ème}}$  borne (borne neutre) et  $u_2^i$  le potentiel de la borne de sortie de même indice par rapport à la  $n+1^{i\text{ème}}$  borne de sortie;  $x_{1i}$ ,  $x_{2i}$  sont les courants pénétrant dans le réseau par ces bornes.

Le réseau est polyphasé et symétrique si les tableaux des  $z_4^{ij}$ ,  $z_2^{ij}$ ,  $A_4^{ij}$  et  $A_2^{ij}$  sont définis par n termes chacun et tels que chacune de leurs lignes ou colonnes se déduisent des voisines par une permutation circulaire.

Dans le cas général on peut supposer  $z_4^{ij} \neq z_1^{ji}$ ,  $z_2^{ij} \neq z_2^{ji}$ , ce qui implique l'existence de liaisons dépendant du temps selon une loi harmonique simple, entre deux phases du côté entrée et du côté sortie du réseau.

Les termes  $A_2^{ij}$  et  $A_1^{ji}$  doivent leur existence soit à des couplages entre un système de mailles situé du côté des bornes d'entrée et un système de mailles situé du côté des bornes de sortie, soit à l'existence de mailles quelconques entre les deux systèmes de mailles appuyés sur les bornes d'entrée et de sortie.

Quoi qu'il en soit, les termes de couplages  $A_1^{ij}x_{2j}$  et  $A_2^{ij}x_{1i}$  ont des coefficients

<sup>(1)</sup> Comptes rendus, 202, 1936, p. 1767; Bulletin Soc. Fr. Électriciens, nov. 1936, no 71, p. 1081.

égaux; le tableau des  $A_4^{ij}$  est donc le transposé du tableau des  $A_2^{ij}$ . De cette remarque résulte le théorème de R. Julia et J. Fallou, qui s'énonce sous une forme plus générale.

Exprimons les  $x_{ij}$  et  $x_{2j}$  en fonction des coordonnées symétriques  $X_{i\mu}$ ,  $X_{2\mu}$  ( $\mu=0,1,\ldots,n-1$ ) et les potentiels  $u_i^i$  et  $u_2^i$  en fonction de leurs coordonnées symétriques  $U_4^\mu$  et  $U_2^\mu$ . Ces coordonnées s'introduisent naturellement par la réduction à une somme de termes de mêmes indices, de l'expression de l'énergie complexe fournie au réseau (²). Avec ces coordonnées, cette énergie prend la forme

(2) 
$$2H = \sum_{\mu} [Z_{1}^{\mu\mu} X_{1\mu}^{\star} + \alpha_{1}^{\mu\mu} X_{1\mu}^{\star} + \alpha_{2}^{\mu\mu} X_{2\mu}^{\star} + \alpha_{2}^{\mu\mu} X_{2\mu}^{\star} X_{1\mu} + Z_{2\mu}^{\mu\mu} X_{2\mu}^{\star} X_{2\mu}];$$

 $\mathbf{Z}^{\mu\mu}$  et  $\mathbf{Z}_2^{\mu\mu}$  sont les impédances cycliques correspondant aux impédances propres et mutuelles  $\mathbf{z}_4^{ij}$  et  $\mathbf{z}_2^{ij}$  respectivement. On a

(3) 
$$\begin{cases} \alpha_1^{\mu\mu} = A_1^{11} + \alpha^{-\mu} A_1^{12} + \ldots + \alpha^{-\mu(x-1)} A_2^{1n} \\ \alpha_2^{\mu\mu} = A_2^{11} + \alpha^{-\mu} A_2^{12} + \ldots + \alpha^{-\mu(n-1)} A_2^{1n} \end{cases} (\mu = 0, 1, \ldots, n-1),$$

(où 
$$\alpha = e^{\frac{2\pi\sqrt{-1}}{n}}$$
,  $e =$ base des log naturels).

Le tableau des  $A_4^{ij}$  étant le transposé de  $A_2^{ij}$ ,  $A_4^{ij} = A_2^{ji}$ , l'expression de  $\mathcal{C}_2^{\mu\mu}$  s'explicite ainsi :

(4) 
$$\mathfrak{A}_{2}^{\mu\mu} = A_{1}^{11} + \alpha^{\mu} A_{1}^{12} + \ldots + \alpha^{\mu(n-1)} A_{1}^{1n}.$$

Ceci étant, les équations du réseau sont

$$\begin{cases} U_1^{\mu} = Z_1^{\mu\mu} X_{1\mu} + \alpha_1^{\mu\mu} X_{2\mu}, \\ U_2^{\mu} = \alpha_2^{\mu\mu} X_{1\mu} + Z_2^{\mu\mu} X_{2\mu}. \end{cases}$$

Exprimant les éléments d'entrée en fonction des éléments de sortie, on a

(6) 
$$\begin{cases} \mathrm{U}_{1}^{\mu} = a \mathrm{U}_{2\mu} + b \mathrm{X}_{2\mu}, \\ \mathrm{X}_{1\mu} = c \mathrm{U}_{2\mu} + d \mathrm{X}_{2\mu}, \end{cases}$$
 où 
$$\delta = ad - bc = -\frac{\alpha_{1}^{\mu\mu}}{\alpha_{2}^{\mu\mu}}.$$

Si  $A_4^{ij}$  est imaginaire pure, on voit d'après (3) et (4) que  $\mathcal{C}_4^{\mu\mu}$  et  $\mathcal{C}_2^{\mu\mu}$  sont imaginaires conjuguées  $\mathcal{C}_4^{\mu\mu} = \mathcal{C}_2^{\mu\mu}$ , donc  $\delta = e^{j\phi}$ ,  $\phi$  étant un angle caractéristique du réseau.

Ceci a lieu en particulier si le réseau est conservatif. D'où le théorème :

Le réseau polyphasé, symétrique et conservatif le plus général est équivalent à la superposition d'un nombre de quadripôles égal au nombre de ses phases, chacun de ces quadripôles étant relatif aux composantes symétriques des

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 218, 1944, p. 113.

courants et des potentiels. Les équations de ces quadripôles sont caractérisées par une matrice

 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 

dont le déterminant est un nombre complexe du module unité. La démonstration donnée montre que ce théorème s'applique aux réseaux dissipatifs sous réserve que les coefficients  $A_i^{ij}$  de couplages entre les bornes d'entrée et de sortie soient imaginaires : couplages par self ou capacité. C'est le cas où les bornes d'entrée sont en liaison par des transformateurs avec les bornes de sortie.

Pour les composantes homopolaires, on a toujours  $\delta = -1$ , comme dans la théorie du quadripôle.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — Sur la clarté des instruments oculaires. Note de MM. Georges-Albert Boutry, André Maréchal et Jean Thrrien, présentée par M. Charles Fabry.

L'étude de la clarté d'un instrument oculaire présente quelques difficultés théoriques. On se contente d'ordinaire de définir et de calculer la clarté en direction de l'axe optique, sans s'occuper de ses variations possibles avec l'inclinaison moyenne des faisceaux. Encore, dans le calcul, fait-on intervenir les pupilles d'entrée et de sortie, que l'on traite comme conjuguées en négligeant le rôle des aberrations pupillaires. Les résultats que l'on obtient ne concernent donc que des instruments parfaits au sens de Maxwell, mais ne s'appliquent pas aux instruments réels. En particulier le rôle de la distorsion passe inaperçu.

Nous avons repris l'étude de cette question en tâchant d'éviter l'introduction dans le calcul d'hypothèses étrangères à la réalité. Les résultats que nous avons obtenus sont valables pour des instruments entachés d'aberrations géométriques quelconques; on ne supposera pas l'aplanétisme, et seule la distorsion interviendra dans le calcul. La marche du raisonnement, qui exige une discussion assez longue, sera exposée dans une autre publication. Voici les résultats obtenus :

Nous désignons par w l'inclinaison du rayon moyen émanant d'un point de l'objet, par w' celle du rayon moyen émanant du point conjugué de l'image. La clarté est définie comme le rapport des éclairements rétiniens dans l'observation d'un objet à travers l'instrument et à l'œil nu. On suppose que l'œil tourne dans son orbite pour examiner l'image donnée par l'instrument.

Premier cas. — La pupille de l'observateur est nettement plus grande que l'anneau oculaire de l'instrument. On devra supposer que la pupille d'entrée de celui-ci est réelle. Le rapport de son rayon  $\rho$  au rayon a de la pupille de

l'œil définit le grossissement normal  $G_n$ . On admet que les objets lumineux étendus considérés rayonnent conformément à la loi de Lambert.

a. L'instrument vise assez loin pour que les rayons entrant dans la pupille en provenance d'un point de l'objet puissent être considérés comme d'inclinaison invariable. La valeur de la clarté est alors

$$C = T_{w}G_{n}^{2} \frac{\cos w \sin w}{\sin w'} \frac{dw}{dw'}.$$

Dans cette formule T<sub>w</sub> est le coefficient de transmission de l'instrumen pour la direction de visée w. On voit que la distorsion est la seule aberration qui ait une influence sur la clarté. Si l'on suppose l'orthoscopie réalisée, la relation précédente se réduit à

$$C_0 = T_{\omega} \left\lceil \frac{G_n}{G} \right\rceil^2 \frac{\cos^4 \omega}{\cos^3 \omega'},$$

où G est le grossissement utilisé; pour les instruments courants w' est très supérieur à w; la clarté croît du centre au bord du champ. Cette conclusion paradoxale a été vérifiée pour une lunette à grand champ : l'étude préliminaire de la distorsion faisait prévoir une augmentation de 8,5 %  $\pm$ 1 % de la clarté du centre au bord du champ ( $w'=29^{\circ}$ ); l'augmentation trouvée a été de 10 %  $\pm$ 1 %.

Remarques. — 1° On voit que la précision des mesures courantes de distorsion n'est pas supérieure à celle des mesures de clarté; on pourrait envisager de déterminer la distorsion par des mesures photométriques de clarté.

2° Dans le cas d'une image réelle, l'éclairement d'un point d'un plan normal à l'axe optique situé à la distance x' de la pupille de sortie est, en appelant B la brillance du point-objet,

$$E = B \frac{\pi \tilde{\rho}^2}{x'^2} T_{\omega} \cos \omega \cos^3 \omega' \frac{\sin \omega \ d\omega}{\sin \omega' \ d\omega'},$$

dans le cas général, et, si w = w',

$$E = T_{w} \frac{B\pi \rho^{2}}{x' \, 2} \cos^{i} w,$$

résultat enseigné dans l'étude classique de l'objectif photographique, où il n'est d'ailleurs pas valable puisque la pupille d'entrée est généralement virtuelle.

b. L'ouverture des faisceaux est importante et le champ-objet petit : c'est le cas du microscope. La valeur de la clarté est alors, en désignant par  $n \sin U$  l'ouverture numérique de l'instrument et par y l'ordonnée du point-objet dans le plan de mise au point,

 $C = T\omega \left(\frac{n\sin U}{a}\right)^2 \frac{y\,dy}{\sin w'\,dw'}.$ 

L'orthoscopie n'est pratiquement jamais réalisée; elle entraînerait

$$C_0 = T \omega \left(\frac{n \sin U}{a}\right)^2 f'^2 \cos^{-3} \omega'$$
 (f', distance focale image)

et, en admettant l'aplanétisme,

$$C_0 = T_{\alpha \nu} \left( \frac{P_n}{P} \right)^2 \cos^{-3} \alpha \nu^t.$$

Deuxième cas. — L'anneau oculaire de l'instrument est plus grand que la pupille de l'observateur : la pupille d'entrée de l'ensemble instrument-œil est en général aberrante. Ce cas, jamais réalisé dans le microscope, est celui de la lunette de Galilée et des jumelles de nuit. L'application de la relation de Clausius montre que la clarté est en toutes directions égale au coefficient de transmission de l'instrument, qu'il y ait ou non distorsion. En aucun cas on ne peut appliquer la relation de Lagrange, qui conduirait à des formules erronées. Cette relation ne pourrait s'appliquer qu'à un instrument parfait, et Maxwell a montré que l'existence d'un tel instrument était impossible.

SPECTROSCOPIE. — Remarques sur le spectre d'émission de l'oxygène pur. Note de MM. Jean Millon et Louis Herman, présentée par M. Charles Fabry.

On sait que les raies interdites 'S-'D (5577 Å) et 'D-'P (6300 et 6364 Å) de l'atome neutre de l'oxygène sont les radiations les plus intenses du spectre des aurores polaires et du ciel nocturne. La raie verte a été reproduite au laboratoire avec une forte intensité, surtout dans un mélange avec de l'argon ou de l'azote (¹). Les raies rouges ont été observées dans un tube en quartz de faible diamètre (²).

Nous avons également observé deux de ces raies au cours d'une étude systématique du spectre de l'oxygène pur émis pendant la décharge non condensée à travers un tube capillaire en quartz.

L'appareil utilisé comporte deux électrodes cylindriques en aluminium de 4<sup>cm</sup> de diamètre et 4<sup>cm</sup> de long. La décharge passe à travers un capillaire de 1<sup>mm</sup> de diamètre intérieur et de 1<sup>cm</sup>,5 de long. Deux ballons latéraux de 250<sup>cm³</sup> chacun contiennent une réserve de gaz et permettent d'éviter une diminution trop rapide de la pression pendant la durée de la pose. Un système de tubulures fixées à l'appareil contient du permanganate de potassium et de l'anhydride phosphorique. Après avoir été soigneusement vidé, l'appareil est

<sup>(1)</sup> J. C. Mc Lennan et J. H. Mc Leod, Proceedings Royal Society London, 115, 1927, p. 515; J. Kaplan, Physical Review, 33, 1929, p. 154; ibid., 49, 1936, p. 67; Nature, 149, 1942, p. 273; K. G. Embleus, R. H. Sloane et E. B. Cathcart, Physical Society Proceedings, 51, 1939, p. 978.

<sup>(2)</sup> F. PASCHEN, Zeits. für Physik, 65, 1930, p. 1; J. J. HOPFIELD, Phys. Rev., 37, 1931, p. 160.

scellé; on ajoute alors une petite quantité d'oxygène en décomposant avec précaution le permanganate sous l'action de la chaleur. En général le spectre de la décharge ainsi obtenu montre la présence d'impuretés provenant de l'évacuation incomplète de l'appareil. Pour parfaire la purification de l'oxygène, on fait passer dans le tube décrit une forte décharge pendant laquelle il se produit une adsorption rapide par les parois et les électrodes de tous les gaz y compris l'oxygène. Lorsque la décharge ne passe plus, on décompose à nouveau une petite quantité de permanganate et l'on recommence la purification s'il y a lieu. Ce tube à décharge est alimenté à l'aide du circuit secondaire d'un transformateur de 10000 V (sans condensateur).

Nous avons étudié ainsi systématiquement l'évolution du spectre visible et ultraviolet dans le capillaire en faisant croître progressivement la pression par décomposition de quantités croissantes de permanganate de potassium.

Résultats. — Sous faible pression, ce sont les bandes négatives de la molécule d'oxygène qui sont les plus intenses et recouvrent en particulier la raie verte de l'aurore. Lorsque la pression atteint quelques dizaines de millimètres de mercure, l'intensité relative de ces bandes décroît fortement et l'on voit apparaître les raies interdites accompagnées du spectre habituel de OI. La raie 5577 Å est relativement forte, la raie 6300 Å est bien plus faible mais nettement visible. Ce spectre est accompagné d'un fond continu qui s'étend sur tout le spectre visible et ultraviolet étudié.

En même temps que les raies interdites dans la région visible, on voit apparaître, dans l'ultraviolet proche, un spectre d'émission intense du système de bandes de Schumann-Runge dû à la transition  $B^3\Sigma \to X^3\Sigma$  signalé précédemment par Wulf et Melvin (3). En dehors des bandes connues (4), on peut déceler les bandes

Lorsque la pression s'accroît encore, l'intensité relative des raies interdites et du système de Schumann-Runge décroît progressivement; la structure s'efface et le spectre continu finit par dominer.

MAGNÉTOOPTIQUE. — Sur des phénomènes présentant des caractères intermédiaires entre ceux de la résonance optique et ceux de la diffusion de Rayleigh. Note de M. ROBERT LENNUIER.

I. La vapeur de mercure contenue, sous très faible pression, dans un tube de quartz T, est éclairée par un arc au mercure fonctionnant à température peu

<sup>(3)</sup> Phys. Rev., 55, 1939, p. 690.

<sup>(\*)</sup> Voir par exemple Jevons, Band-Spectra of diatomic molecules, Cambridge, 1932, p. 294.

élevée et émettant fortement la raie de résonance 2537 Å. Celle-ci est réémise par la vapeur du tube T, à l'exclusion de toute autre radiation; nous avons vérifié par analyse interférentielle que la raie excitatrice et la raie réémise ont une largeur spectrale du même ordre  $(8,0\pm0,5.10^{-2}\text{\AA})$  occupée, comme on sait, par cinq composantes hyperfines. La lumière réémise par T est observée suivant une direction  $O_{\gamma}$  à 90° du faisceau incident  $O_{x}$ ; un prisme biréfringent sépare et permet de mesurer les deux composantes orthogonales de la vibration réémise, parallèle et perpendiculaire au plan xOy, et dont i et I désignent les intensités respectives. Un champ magnétique uniforme H parallèle à Oy est appliqué à la vapeur de T; il est produit, pour une contribution de 3 gauss, par une paire d'aimants disposés de manière à corriger le champ terrestre; une paire de bobines de Helmholtz d'axe Oy permet d'obtenir les valeurs supérieures de H jusqu'à 200 gauss. Le champ reste donc toujours trop faible pour produire une séparation sensible des composantes Zeeman de la raie émise; mais il a sur celle-ci une action dépolarisante qu'on peut considérer comme due à un mouvement de précession effectué, autour de Oy, par les atmosphères électroniques anisotropes des atomes excités de la vapeur. La dépolarisation  $\rho = i/I$  du rayonnement qu'elle émet suivant Oy est alors une fonction croissante du produit Hz de l'intensité du champ par la durée de vie moyenne des atomes excités. Plus précisément, on a, en première approximation,

(1) 
$$P = \frac{I - i}{I + i} = \frac{P_0}{I + \left(\frac{e}{m} g H \tau\right)^2},$$

où g=3/2,  $\tau=1,14.10^{-7}\,\mathrm{sec}\,(^{4})$ ,  $P_{0}=0.65\,(^{2})$  lorsque l'influence des choses devient négligeable [valeur tenant compte ( $^{3}$ ) du fait que les résultats qui seront donnés ont été obtenus en lumière excitatrice non polarisée]. On en déduit que, pour H=3 gauss, le rayonnement de résonance est totalement dépolarisé.

Une cuve auxiliaire en quartz C, de 10<sup>cm</sup> de longueur, contenant également de la vapeur de mercure sous pression variable, peut être interposée soit sur Ox, soit sur Oy; elle absorbe alors, dans le rayonnement qui la traverse, d'étroites bandes spectrales qui entourent le centre de chaque composante hyperfine, et dont la largeur croît avec la pression de la vapeur qu'elle contient.

- 1° La pression dans le tube T étant maintenue fixe à 9.10<sup>-4</sup> mm (température 15°C.), la mesure de  $\rho$  dans les diverses conditions suivantes nous a donné :
  - a. Cuve C non interposée; H = 3 gauss :  $\rho = 0.85$ .
  - b. Cuve C interposée sur le faisceau incident Ox; H = 3 gauss :

<sup>(1)</sup> LADENBURG et WOLFSOHN, Zeits. f. Phys., 63, 1930, p. 616; 65, 1930, p. 207.

<sup>(2)</sup> V. v. Keussler, Annalen der Phys., 82, 1927, p. 793. (3) G. Breit, Rev. of Modern Phys., 5, 1933, p. 124.

lorsque la pression p dans C croît à partir de 10<sup>-4</sup> mm,  $\rho$  diminue progressivement à partir de 0,85, et atteint des valeurs voisines de 0,20 lorsque p dépasse 10<sup>-2</sup> mm;

la pression p étant maintenue fixe, à une valeur de cet ordre, une augmentation de H de 3 à 150 gauss entraı̂ne une augmentation progressive de  $\rho$  de 0,20 à 0,80 environ.

c. Cuve C supprimée sur Ox, interposée sur le faisceau émis Oy; H = 3 gauss: lorsque p croît à partir de 10<sup>-4</sup> mm,  $\rho$  diminue progressivement à partir de 0,85, et atteint des valeurs voisines de 0,25 lorsque p dépasse 10<sup>-4</sup> mm;

la pression p étant maintenue fixe à une valeur de cet ordre, une augmentation de H de 3 à 150 gauss entraîne une augmentation progressive de  $\rho$  qui atteint de nouveau des valeurs de 0,80 environ.

2° Les résultats b et c expliquent pourquoi l'expérience a donne une valeur  $\rho = 0.85$  inférieure à celle que prédit la formule (1): le tube T, en forme de croix, impose en effet à chacun des faisceaux Ox et Oy la traversée de  $3^{\rm cm}$ , 5 de vapeur, produisant déjà, en partie, le même effet que la cuve C. La cuve C étant supprimée, on peut reproduire des phénomènes analogues à ceux des expériences b et c simplement par élévation progressive de la pression p' du tube à résonance T; mais ici, à mesure que p' croît, interviennent des chocs (action dépolarisante) et des interactions mutuelles des atomes (entraînant un élargissement des niveaux quantifiés) qui expliquent probablement l'allure compliquée des résultats, que résume le tableau ci-dessous (H=3 gauss):

Le champ H conserve, à toute pression p', une action dépolarisante; sa suppression fait tomber  $\rho$  à des valeurs faibles, paraissant minima (0,25) vers  $p'=10^{-1}$  mm.

II. Ces résultats, que des expériences en cours nous permettront de préciser prochainement, montrent que, lorsqu'on isole des fréquences distinctes des fréquences centrales de chaque composante hyperfine, soit dans le rayonnement incident (b), soit dans le rayonnement réémis (c), on met en évidence des durées de vie des atomes excités inférieures à la durée moyenne normale, et d'autant plus courtes que ces fréquences sont plus éloignées des centres hyperfins.

L'influence du champ H exclut l'hypothèse de la superposition, à une résonance pure ( $\tau = 1, 14.10^{-7}$  sec), d'une diffusion de Rayleigh qu'on supposerait instantanée ( $\tau = 0$ ). Ces expériences nous font probablement assister, au contraire, au passage progressif de la résonance pure à la diffusion de Rayleigh classique.

CHIMIE PHYSIQUE. — Sur le durcissement des solutions solides d'aluminium en phase homogène et par précipitation. Note de M. Paul Lacombe, présentée par M. Léon Guillet.

J'ai montré (¹), par rayons X, l'existence de différentes étapes au cours de la décomposition des solutions solides aluminium-magnésium et aluminium-magnésium-zinc. Dans ce travail, je me suis proposé de suivre la variation des propriétés mécaniques et en particulier de la limite élastique au cours des différents stades de la décomposition de ces solutions solides.

Pour le binaire aluminium-magnésium, j'ai montré qu'une augmentation de dureté sensible ne pouvait être constatée que pour des alliages à forte teneur en magnésium et pour des températures de revenu nettement supérieures à 100°. Les rayons X et la micrographie indiquent que cette augmentation de duretéest concomitante de l'apparition d'une seconde phase : la dureté cesse de croître dès que la précipitation est terminée (²). Cette augmentation de dureté est accompagnée d'un faible accroissement de la charge de rupture, mais dans aucun cas on observe une élévation de la limite élastique. Il ne s'agit donc pas du durcissement structural classique, analogue à celui observé dans le cas de la solution solide aluminium-cuivre (duralumin) ou aluminium-zinc (³).

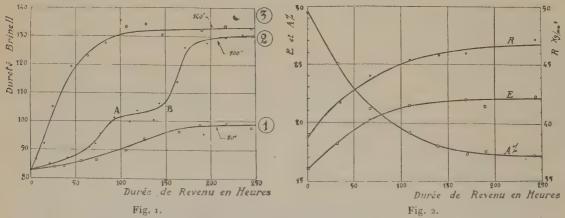


Fig. 1. — Variation de la dureté Brinell d'un alliage d'aluminium à 8 % de magnésium et 3 % de zinc au cours des revenus à 20°, 100° et 140°

Fig. 2. — Variation de la charge de rupture R, de la limite élastique E, et de l'allongement A du même alliage à 8 % Mg et 3 % Zn, au cours de son vieillissement à 20°.

Au contraire, avec la solution solide aluminium-magnésium-zinc (alliage à 8 %, Mg, 3 %, Zn), on constate un accroissement de dureté, même au cours du vieillissement à 20 (fig. 1, courbe 1) et celui-ci s'accompagne d'une élévation

<sup>(4)</sup> P. LACOMBE et G. CHAUDRON, Comptes rendus, 207, 1938, p. 860.

<sup>(2)</sup> P. LACOMBE et G. CHAUDRON, Comptes rendus, 209, 1939, p. 306.

<sup>(3)</sup> J. Hérenguel et G. Chaudron, Comptes rendus, 216, 1943, p. 687.

importante de la charge de rupture et surtout de la limite élastique (fig. 2). Mais, ce qui distingue encore davantage ce phénomène du précédent c'est que je n'ai pu en aucun cas déceler la moindre apparition de phase précipitée.

Si le revenu a lieu à une température supérieure à l'ambiante (100°), la variation de la dureté en fonction de la durée de revenu montre que le durcissement se produit en deux temps (fig. 1, courbe 2). La courbe présente une sorte de palier AB, et c'est au cours de celui-ci seulement que l'on observe la précipitation d'une seconde phase, à la fois aux contours et à l'intérieur des grains de la solution solide. La figure 3 indique la variation du paramètre cristallin de la

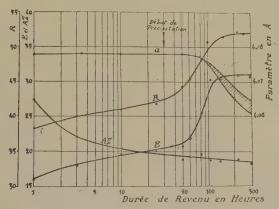


Fig. 3. — Variation du paramètre de la solution solide ternaire à 8 % Mg et 3 % Zn et de ses propriétés mécaniques R, E et A % au cours du revenu à 100°.

solution solide et de ses propriétés mécaniques en fonction du temps de revenu à la même température de 100°. Les courbes de la charge de rupture et de la limite élastique, comme celle de la dureté, subissent un nouvel accroissement dès le début de la précipitation.

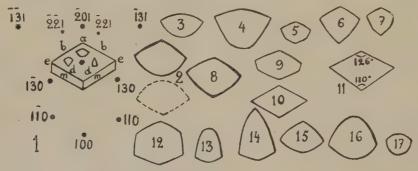
Ainsi le premier stade du durcissement se fait à la température ambiante comme à 100° en phase homogène. Il y a alors/augmentation simultanée de la limite élastique et de la dureté. Dans un deuxième stade, ces dernières caractéristiques sont encore améliorées au fur et à mesure de la précipitation. Ce dernier phénomène est très important à constater, car il se produit seulement dans le cas où le durcissement avec augmentation de la limite élastique s'est au préalable produit en phase homogène.

Aux températures de revenu plus élevées (140°) (fig. 1, courbe 3), il se produit, comme pour la solution solide aluminium-magnésium, un durcissement progressif au fur et à mesure de la précipitation. Mais on observe encore une augmentation simultanée de la charge de rupture et de la limite élastique. Ainsi, même à-cette température où la précipitation apparaît dès les premiers instants du revenu, la solution solide ternaire se distingue très nettement du binaire aluminium-magnésium dont la précipitation ne provoque pas de variation de la limite élastique.

La comparaison de ces deux alliages montre donc toute l'importance du durcissement en phase homogène qui a une répercusion même sur le durcissement ultérieur par précipitation.

## MINÉRALOGIE. — Figures de corrosion de la muscovite. Note (1) de M. Robert Delavault.

La solution usuelle d'acide fluorhydrique, agissant à l'ébullition et en grand excès sur la muscovite, donne une figure de corrosion élémentaire d'une remarquable constance. Cette figure, qui est essentiellement plane, peut donner lieu à des combinaisons très diverses, d'une plus ou moins grande régularité, par la superposition de figures formées dans les plans successifs et décalées l'une par rapport à l'autre, leur taille pouvant décroître à mesure que la cavité s'approfondit (²). Même lorsque ces cavités gardent un aspect symétrique, les angles de leurs parois latérales avec le plan de clivage n'ont aucune constance. Ils peuvent être en majorité du même ordre de grandeur dans la même préparation : la figure qui borde l'extérieur est plus ancienne, donc plus



2, 11, 13, Muscovite d'Anbatofotsikely (Madagascar); 3, 4, 5, de Batizou en Lubersac (Corrèze); 6, 7, de Tsarahafatra (Madagascar); 8, de Salta (Argentine); 9, 10, 14, 15, 16, 17, de Villeneuve (Canada); 12, des rives de la Mer Blanche. Ces figures ont de omm, or à omm, 1. Traitement: 2, acide fluorhydrique bouillant, 2 min.; 3, acides fluosilicique et fluorhydrique à parties égales, 15 min. à 60°; 4, parties égales de glycérine et d'acide fluorhydrique saturé de muscovite, avec 5 % d'acide fluorhydrique, une demi-heure à 60°; 5, acide fluosilicique avec 1/2 % d'acide fluorhydrique, une demi-heure à 60°; 6, 1 p. acide fluorhydrique, 9 p. acide sulfurique, 5 min. à 60°; 7, 1 p. fluorure de sodium, 9 p. acide sulfurique, 30 min. à 60°; 8, 2 p. acide fluorhydrique, 1 p. fluorure de potassium, 45 min. à 100°; 9, 10, acide fluorhydrique au dixième, 30 min. à 100°; 11, bifluorure de potassium, 30 sec. à 350°; 12, parties égales de nitrate de sodium, de nitrate de potassium et de soude caustique, 15 min. à 200°; 13, parties égales de potasse et de soude caustique, 2 min. à 200°; 14, soude caustique, 1 min. et demie à 400°; 15, 16, parties égales de potasse et de soude caustique, 1 min et demie à 300°; 17, potasse caustique, 1 min. et demie à 400°.

large que celle du fond, et la différence de taille se conserve, au cours du développement, tandis que la profondeur varie peu. Il n'y a pas constance des angles, mais régularité des défauts du cristal qui ont causé localement l'apparition des figures.

<sup>(1)</sup> Séance du 27 décembre 1943.

<sup>(2)</sup> R. DELAVAULT, Comptes rendus, 215, 1944, p. 582.

Sur de beaux échantillons purs et homogènes, les figures sont pour la plupart semblables, quelques-unes sculement présentent des déformations. Sur d'autres les bords sont déchiquetés et les figures régulières sont plus ou moins rares. Mais les seuls éléments communs à toutes les figures sont ceux de la figure régulière. On est en droit de considérer les quelques figures régulières qu'ils présentent comme caractéristiques. Dans ces conditions, de très nombreux spécimens pris dans la collection du Muséum, venant de plus de cent gisements différents, ont donné la même figure élémentaire. Il faut déterminer cette figure au fort grossissement, 500 au moins, car aux faibles grossissements, des associations de figures planes régulièrement décalées semblent des figures plus allongées ou plus arrondies que la normale. L'angle supérieur peut être plus ou moins marqué. Il peut disparaître en diluant l'acide fluorhydrique dans l'acide fluosilicique (fig. 3).

Certaines attaques lentes donnent malaisément des figures, l'attaque d'ensemble en devançant la formation. Il est très difficile, par exemple, avec la soude concentrée à 135°, d'obtenir une figure arrondie voisine de la figure 11. Quand la température augmente, avec les alcalis, la figure s'arrondit de plus en plus (fig. 14, 15, 16, 17). On ne peut guère dépasser 500°, car le mica se déshydrate superficiellement, et son réseau incomplet a perdu toute résistance chimique : il est devenú superficiellement soluble dans l'acide fluorhydrique froid. Comme l'a remarqué Baumhauer, la figure permet d'orienter un fragment quelconque. Toutes les figures sont ici supposées sur la même face du même prisme, représenté selon le Mémoire de M. Ch. Mauguin (3). Les rayons X sont supposées tomber verticalement de haut en bas sur la muscovite, placée parallèlement à la pellicule, qui est dans le plan horizontal.

Avec la soude diluée, à température et pression élevées, G. Friedel (\*) a obtenu une figure (voisine de la figure 12) d'angles mesurables. Les côtés des miennes n'étaient pas parfaitement rectilignes; les dimensions des figures donnent, pour 11,126 et 110°; pour 10 (figure double dérivée de 9), 120° et 60°.

Toutes ces figures semblent bien dériver de l'hexagone fondamental du réseau. Mais leur signification reste bien confuse. Il est fort possible que les divers éléments du réactif d'attaque puissent agir avec des vitesses différentes dans les différentes directions. La soude fondue, par exemple, réagit beaucoup plus énergiquement que la potasse à la même température, mais donne une figure beaucoup moins arrondie. Les figures hexagonales fondamentales des réactifs alcalins semblent être disposées à l'inverse de celles des réactifs fluorés : il est possible que la résistance à ces deux sortes de réactifs soit localisée à deux couches différentes de la structure.

<sup>(3)</sup> Bull. Soc. franç. Minérale, 51, 1928, p. 295.

<sup>(\*)</sup> *Ibid.*, 19, 1896, p. 18.

GÉOLOGIE. — Structure géologique du versant méridional de la Montagne Noire. L'autochtone du Minervois-Saint-Ponais. Note de M. Bernard Gèze, présentée par M. Charles Jacob.

A la suite de Bergeron (¹), on distinguait dans les terrains primaires situés au Sud de l'axe métamorphique de la Montagne Noire une série de trois grandes écailles imbriquées, résultant de poussées dirigées vers le Nord. Mes observations, appuyées sur celles de M. Thoral (²), dans le Sud-Ouest de cette région, mais étendues depuis 1938 à l'ensemble du versant méridional, conduisent à une conception sensiblement différente.

Je crois en effet qu'il convient de distinguer successivement de l'Ouest à l'Est:

- 1º la région autochtone du Minervois-Saint-Ponais;
- 2º la nappe des Monts de Pardailhan;
- 3º la région des Monts de Faugères;
- 4º les écailles de Cabrières.

La carte et les coupes schématiques ci-contre situent ces diverses unités tectoniques.

L'autochtone du Minervois-Saint-Ponais. — Au-dessus des schistes sériciteux de la bordure méridionale du massif de Nore (Montagne Noire, sens. str.), vient en concordance apparente, mais avec une discontinuité tectonique possible (M. Thoral), le complexe schisto-gréseux du Géorgien inférieur. Les calcaires du Géorgien supérieur dessinent ensuite deux axes synclinaux (de Fournes au Nord, de Villanière-Citou au Sud) et plongent enfin vers le Sud, suivis par les schistes et grès de l'Acadien, du Potsdamien et de l'Ordovicien inférieur, en une bande régulière, de direction OSO-ENE, que recouvrent partiellement les formations tertiaires transgressives.

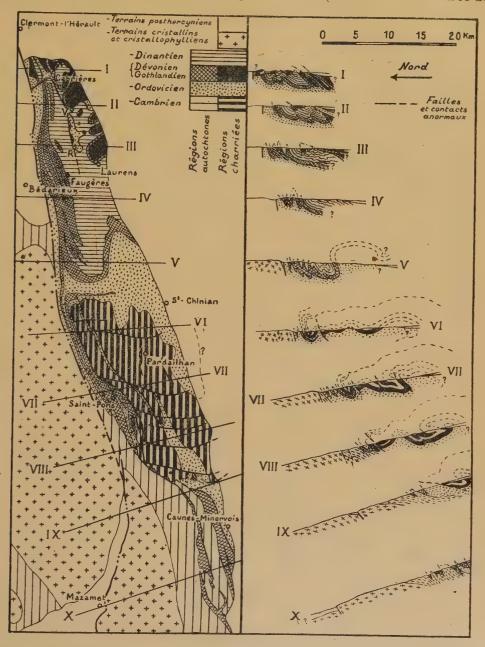
Sur cette unité inférieure, plissée en premier lieu lors de la phase taconique de l'orogénèse calédonienne, se sont déposés des schistes et grès du Caradoc et des caleschistes probablement gothlandiens qui passent, soit en continuité, soit avec une légère discontinuité (phase ardennaise?) à une puissante série calcaire gothlando-dévonienne. Cette série est actuellement conservée dans deux synclinaux hercyniens principaux : synclinal du Roc de l'Aigle au Nord, avec sa digitation occidentale du synclinal des Ilhes; synclinal de Caunes-Minervois au Sud. Le flanc sud de ces synclinaux est fréquemment, étiré ou rompu et chevauché par les formations du substratum poussées vers le Nord. L'ensemble aboutit ainsi à un style tectonique imbriqué.

Vers le Nord-Est du Minervois, l'affleurement des terrains gothlandodévoniens se réduit considérablement. On les distingue seulement d'une façon

<sup>(1)</sup> Bull. Soc. géol. Fr., 3° série, 27, 1899, pp. 617-678; 4° série, 4, 1904, pp. 180-194.

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 208, 1939, p. 211; C. R. Coll. Serv. Carte géol. Fr., 42, 203, 1940, pp. 131-136.

discontinue dans une zone écrasée, depuis Masnaguine jusqu'aux Verreriesde-Moussans. Les formations cambriennes, souvent mylonitisées, qui les recouvrent sur une profondeur au moins égale à 1500<sup>m</sup> (Fenêtre de la Source de la

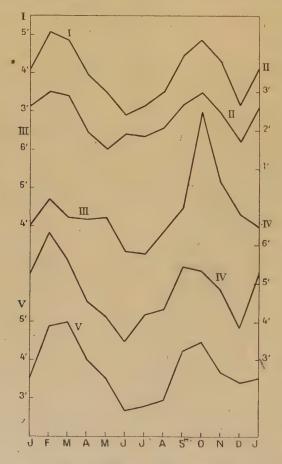


Cesse, près de Ferrals), paraissent appartenir déjà pour la plupart à la nappe des Monts de Pardailhan, ainsi que des témoins (signal du Saint-Bauzille) situés plus au NE vers Saint-Pons. Enfin, le long de la vallée du Jaur, deux ou trois synclinaux gothlando-dévoniens se développent à nouveau sur un

substratum de schistes de l'Ordovicien inférieur vers le Nord, avec intercalation de grès du Caradoc vers le Sud. Le synclinal méridional est toujours partiellement engagé sous la nappe des Monts de Pardailhan, tandis que le synclinal septentrional se relie vers Tarassac à l'autochtone du Nord des Monts de Faugères.

PHYSIQUE DU GLOBE. — La variation annuelle des perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon et ses relations avec l'activité solaire. Note de MM. JEAN DUFAY et PHILIPPE FLAJOLET, présentée par M. Charles Fabry.

1. Nous étudions la variation annuelle de l'agitation magnétique à Saint-Genis-Laval en considérant les moyennes mensuelles de l'amplitude des perturbations de la déclinaison, exprimées en minutes d'arc. Les courbes I de la figure ci-dessous, tracées à partir de 50 années d'observation (1884-1933), sont



tout à fait semblables à celles publiées par Brazier (1) et par Maurain (2) dans le cas de l'agitation magnétique à Paris.

(2) Ibid., 5, 1927, p. 86.

<sup>(1)</sup> Annales de l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Paris, 2, 1924, p. 98.

L'allure générale de la variation s'explique aisément si les perturbations sont provoquées par des jets dirigés, émis par le Soleil au voisinage des taches. Comme il se trouve, de part et d'autre de l'équateur solaire, une zone de quelques degrés de latitude qui n'est jamais tachée, on prévoit, dans cette hypothèse, l'observation de deux minima annuels, au moment où la Terre passe dans le plan de l'équateur solaire (5 juin, 6 décembre) et de deux maxima, quand la Terre atteint sa plus grande latitude héliographique positive ou négative (+7°, 25 le 6 mars, -7°, 25 le 8 septembre).

Mais, sur toutes les courbes moyennes, tracées à l'aide d'assez longues séries d'observation, le maximum d'automne se produit bien après la date ainsi prévue. Selon Maurain (²), les maxima se placent à Paris les 7-8 mars et 7-8 octobre. Une analyse détaillée des enregistrements de Lyon nous conduit à des dates très voisines: 11 mars et 6-7 octobre. Comme le décalage a été observé dans le même seus à Bombay et à Batavia (³), il ne peut être attribué à l'action de facteurs météorologiques.

2. Maurain (²) a signalé que les deux maxima se produisaient plus tard dans les années qui suivent le minimum des taches solaires. Kostitzin (³) a retrouvé le même fait en discutant à nouveau les observations de Paris, et il a montré en outre que le maximum de printemps se trouvait décalé vers le mois de février dans les années qui suivent le maximum des taches. Dans le premier cas, le maximum le plus important est celui d'automne, dans le second cas, c'est le maximum de printemps.

Pour chercher à contrôler les résultats précédents (établis en dénombrant les jours d'agitation magnétique plus ou moins grande), nous avons partagé les 50 années d'observation de Lyon en quatre catégories et tracé quatre nouveaux graphiques de variation annuelle reproduits ci-contre. Les courbes II concernent les années suivant immédiatement le minimum des taches, qui correspondent en moyenne à la plus faible agitation magnétique (\*) (4 années); les courbes III concernent la phase ascendante de l'activité solaire (9 années); les courbes IV le début de la phase descendante, comprenant l'année du maximum des taches et les trois suivantes (18 années); enfin les courbes V se rapportent à la fin de la phase descendante, y compris le minimum des taches (19 années). On voit que nos courbes confirment l'existence de toutes les particularités signalées par Kostitzin et permettent de préciser numériquement leur importance.

3. Quand l'activité solaire va en croissant, son augmentation au cours de l'année explique, comme l'a indiqué Kostitzin, le retard du maximum d'automne et son amplitude prépondérante. Pendant la phase décroissante, au contraire, la diminution de l'activité solaire tend à déplacer les maxima en sens inverse et le maximum de printemps devient le plus important.

<sup>(3)</sup> V. A. Kostitzin, ibid., 8, 1930, p. 84.

<sup>(\*)</sup> J. Dufay et Ph. Flajolet, Comptes rendus, 218, 1944, p. 46.

Mais, sur nos courbes, la dissymétrie des deux maxima est bien plus accusée pendant la phase croissante de l'activité solaire. Le fait peut être attribué aux deux causes suivantes : 1° l'activité solaire croît généralement beaucoup plus vite qu'elle ne décroît; 2° la diminution progressive de la latitude des taches, au cours du cycle, les rend de plus en plus efficaces (\*); elle agit dans le même sens que les variations de l'activité pendant la phase croissante et en sens inverse pendant la phase décroissante.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — Altitude de l'émission de la lumière du Ciel nocturne. Note de MM. Paul Abadie, Étienne Vassy et M<sup>me</sup> Étienne Vassy, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons exposé (¹) sommairement les mesures que nous avons effectuées à l'Observatoire du Pic du Midi en août et septembre 1943. Les résultats se classent en deux groupes : courbes normales et courbes anormales correspondant à une activité aurorale.

Notre but était de rechercher l'altitude à laquelle sont émises les radiations verte (5577 Å) et rouges (6300-6550 Å) du Ciel nocturne. Cette étude ne peut se faire que sur les courbes normales car, les lueurs aurorales étant généralement localisées (sauf le 31 août), elles introduisent des perturbations dans les courbes obtenues, perturbations dont il est à peu près impossible de faire la part; de plus il n'est pas certain que ces manifestations aurorales soient le même phénomène que l'émission normale du Ciel nocturne.

Nous avons donc calculé la courbe moyenne correspondant aux courbes normales; elles sont à très peu près identiques pour la radiation verte et pour la région rouge; mais la dispersion est plus grande pour la raie verte plus affectée par l'activité aurorale. Insistons sur le fait que, pour la région rouge, chacune des courbes individuelles a même allure que la courbe moyenne et que les maxima ne s'écartent pas de plus de 15 % de la valeur du maximum moyen. Cette moyenne a donc bien un sens physique.

Pour rechercher, d'après cette courbe, l'altitude de l'émission, il fallait faire une hypothèse, et calculer à partir de cette hypothèse la courbe  $I/I_{z\acute{e}nith}$  en fonction de la distance zénithale z.

Nous avons d'abord supposé que l'émission avait lieu dans une couche mince d'épaisseur e négligeable devant l'altitude h; le calcul est simple; si l'on appelle  $A_0$  le coefficient d'absorption correspondant à toute l'atmosphère audessus du lieu d'observation traversée suivant la verticale, et m la masse d'air pour la distance zénithale, on obtient, après quelques approximations

<sup>(1)</sup> Comptes rendus, 217, 1943, p. 610.

classiques,

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_{\mathrm{z\acute{e}nith}}} = \frac{\mathrm{I} \, \mathrm{o}^{\mathrm{A}_0(1-m)}}{\sqrt{\mathrm{I} - \left(\mathrm{I} - \frac{2h}{\mathrm{R}}\right) \sin^2 z}},$$

R étant le rayon de la Terre.

Nous avons pris pour  $A_0$  la valeur 0,02822, calculée d'après nos mesures d'absorption atmosphérique ( $^2$ ).

On peut alors, en prenant h pour paramètre, construire un réseau de courbes et voir laquelle de ces courbes s'identifie avec la courbe expérimentale. On a fait varier h entre 25 et 1000km, qui est la limite supérieure de l'atmosphère. On dispose de quatre éléments pour faire cette identification : la pente au début de la courbe, les coordonnées du maximum et la pente à la fin de la courbe entre 82 et 85° de distance zénithale. Il est impossible de trouver une courbe du réseau qui s'identifie avec la courbe expérimentale; toutes les courbes ont un maximum trop aigu; de plus chacun des critères énumérés fournirait une altitude complètement différente des trois autres.

Nous avons alors cherché à voir si un phénomène supplémentaire ne venait pas s'ajouter dans nos hypothèses et nous avons pensé, bien que ce phénomène soit peu probable, à une absorption de la radiation à l'intérieur de la couche; si l'on appelle kl le coefficient de cette auto-absorption pour l'épaisseur totale de la couche observée suivant la verticale, la formule devient

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_{\mathrm{zenith}}} = \frac{\mathrm{Io}^{\mathrm{A}_0(1-m)}(\mathrm{I}-\mathrm{Io}^{-kl\sec\alpha})}{\mathrm{I}-\mathrm{Io}^{-kl}} \quad \text{avec} \quad \sec\alpha = \frac{\mathrm{I}}{\sqrt{\mathrm{I}-\left(\mathrm{I}-\frac{2\,h}{\mathrm{R}}\right)'\sin^2z}}.$$

Même pour des coefficients kl très grands, l'allure des courbes est tout aussi différente de la courbe expérimentale que sans auto-absorption.

Si l'on envisage le cas où le coefficient A<sub>0</sub> serait plus grand que la valeur adoptée, on ne retrouve pas mieux la forme cherchée.

L'hypothèse d'une couche mince est donc absolument à rejeter pour l'interprétation de nos résultats.

Nous avons alors envisagé le cas d'une couche épaisse. Il se trouve que l'intégration est facile et l'on trouve la formule

$$\frac{I}{I_{z \in nith}} = \frac{R_{.10^{\Lambda_0(1-m)}}}{(h_2 - h_1)\sin^2 z} \left[ \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2h_2}{R}\right)\sin^2 z} - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2h_1}{R}\right)\sin^2 z} \right],$$

en appelant  $h_1$  et  $h_2$  les altitudes des limites supérieure et inférieure de la couche. On peut alors calculer un nouveau réseau de courbes.

Bien que l'on ait supposé des couches très épaisses, on ne retrouve toujours pas le maximum très aplati de la courbe expérimentale.

On a supposé, également sans succès, qu'une partie de l'émission avait lieu dans l'espace interstellaire.

Il fallait faire une autre hypothèse et nous avons alors pensé à deux couches

minces.

Nous avons été guidés dans le choix des altitudes par les mêmes considérations que précédemment : maximum et pentes initiale et finale. Après quelques tâtonnements, on a reconnu que les hypothèses qui donnent le meilleur accord avec la courbe expérimentale sont : une couche très élevée, située vers 900-1000km et une couche basse vers 65-70km au-dessus du lieu d'observation. L'accord est encore meilleur si l'on suppose que, pour le zénith, l'émission de la couche basse est légèrement plus faible que celle de la couche élevée. On a une certaine latitude pour le choix de la combinaison convenable, mais entre les limites étroites précisées ci-dessus.

Bien entendu ces résultats ne sont valables que pour la latitude et la date auxquelles ils ont été obtenus. Nous nous proposons de faire des observations systématiques au cours de l'année et, lorsque ce sera possible, à différentes latitudes.

PALÉOBOTANIQUE. — Tourbières et histoire forestière flandrienne en Berry et en Marche. Note de M. Georges Dubois, M<sup>mo</sup> Camille Dubois et M. Nicolas Théobald.

Nous groupons ici les résultats de l'étude de 7 tourbières des confins du Bassin parisien et du Massif central (Berry et Marche).

A. Tourbières de la Champagne berrichonne (département de l'Indre, altitudes 125 à 150<sup>m</sup>), dans les vallées du calcaire jurassique de Villegongis (vallée de la Trégonce), de la Prêle à Saint-Georges-sur-Arnon, de Salle à Châteauroux (vallée de l'Indre), de Claise à Neuillay-les-Bois (vallée de la Claise), toutes de type bas. Leur tourbe roselière ou hypno-caricière, souvent chargée d'alluvions sableuses, est épaisse de 0,50 à 1<sup>m</sup>,50, sauf à Villegongis où elle atteint environ 3<sup>m</sup>.

L'histoire forestière flandrienne qui ressort de l'analyse pollinique de la tourbe est nette à Villegongis et se développe comme suit :

- 1° Pin (type montana) exclusif (dans les alluvions sableuses de base). Puis apparition de Chêne, Pin silvestre, Aulne, Coudrier; maximum de fréquence pollinique dû aux Pins (Subarctique et Préboréal).
- 2° Pin (type montana) dominant, avec poussée de Coudrier, croissance du . Chêne (*Préboréal* ou *Boréal*).
  - 3° Chêne et Pin (type montana), l'un ou l'autre prépondérant selon les points. En outre Tilleul, Hêtre, Sapin rare et sporadique, deuxième poussée du Coudrier (Atlantique).
  - 4° Ce même fond forestier de Chêne et de Pin continue à régner jusqu'au sommet de la tourbe (Atlantique, Subboréal et Subatlantique). La distinction

silvatique de ces trois subdivisions du Flandrien est assez malaisée; toutefois les deux dernières sont marquées par quelques bouffées nettes de Sapin et de Hêtre. Un appauvrissement pollinique considérable au voisinage de la surface traduit une déforestation sensible au Subatlantique.

Dans les autres tourbières de la Champagne berrichonne, plus récemment installées, il n'a été enregistré polliniquement que la partie plus ou moins tardive de cette histoire.

B. Tourbières de bordure Nord-Ouest de la Marche (altitudes 175 à 250<sup>m</sup>): du Rossignol à Chaillac (Indre) sur marnes triasiques elles-mêmes sur schisto-cristallin, de Passebonneau à La Châtre-Langlin (Indre) sur schisto-cristallin, toutes deux du bassin de l'Anglin, des Chaillots-Burets à Mailhac-sur-Bénaize (Haute-Vienne) sur schisto-cristallin, toutes de type haut, plus ou moins bombées, édifiées par les Sphaignes, Linaigrettes et Bruyères (sauf en certains points à La Châtre-Langlin, où s'est constituée une tourbe hypno-caricière et forestière à Aulnes).

Après le Boréal, marqué par la prépondérance du Pin (type montana) et la poussée du Coudrier, l'histoire forestière est dominée par l'Aulne, dont l'exubérance pollinique dans la tourbe est probablement due à la présence de l'aulnaie sur les tourbières mêmes ou à leurs abords immédiats. Abstraction faite de cet arbre, la forêt est constituée surtout de Chêne qui, plus ou moins concurrencé par le Hêtre, perdure de l'Atlantique à nos jours. Le Pin (type montana) persiste discrètement. Les autres arbres sont pauvrement représentés: Bouleau, Pin silvestre, Tilleul, Sapin très rare, Châtaignier très exceptionnel à Chaillac à 20° de profondeur.

C. Conclusions. — En Berry l'histoire forestière flandrienne comporte, dans ses grandes lignes, une période anté-boréale et boréale de Pin dominant, avec poussée boréale de Coudrier, puis une période atlantique, subboréale et sub-atlantique, de Chêne avec Pin persistant, les autres espèces, notamment le Hêtre, tenant une place ordinairement secondaire. Cette histoire est voisine de celle de la région parisienne (1).

En bordure méridionale du Berry on reconnaît la même histoire générale, en partie masquée par l'exubérance locale de l'Aulne.

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — De la nature des produits accumulés à l'intérieur des cellules de la gaine endodermique dans les feuilles des espèces du genre Aulax Berg. Note de M. Robert Lemesle, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au cours de son étude descriptive de la feuille du genre Aulax Berg., Jönsson (1) avait mis en évidence, immédiatement en dedans du mésophylle

<sup>(4)</sup> G. et Mme C. Dubois, Bull. Soc. Géol. Fr., 5° série, 7, 1937, pp. 567-586.

<sup>(1)</sup> Acta Universitatis Lundensis, 15, 1878-1879, p. 18.

chlorophyllien palissadique, une assise d'éléments allongés dans le sens tangentiel; il signalait, dans la cavité de tous les constituants de cette assise, la présence d'un produit brunâtre; mais il n'en déterminait pas la constitution chimique. Aucune recherche n'ayant été entreprise sur ce sujet, nous avons examiné microchimiquement le contenu des éléments de cette gaine endodermique dans les feuilles de l'Aulax umbellata R. Br. et de l'Aulax pinifolia Berg., sclérophytes répandus dans les buissons toujours verts de la Colonie du Cap.

En traitant par le perchlorure de fer des coupes de feuilles oblongues d'Aulax umbellata R. Br., nous voyons le contenu des cellules qui nous intéressent se colorer en noir, réaction des composés tanniques. Cette substance prend une teinte violet foncé sous l'action de l'hématoxyline Delafield; le tanin s'y trouve donc associé à un mucilage pectosique. Les réactifs appropriés nous révèlent, par ailleurs, l'absence de composés résineux, de mucilage cellulosique et de protéides. Mais le réactif de Bouchardat met en évidence la présence de nombreux grains d'amidon sphériques, creux au centre; leur diamètre atteint à peine 2<sup>µ</sup>. Nous observons un contenu identique à l'intérieur de certaines cellules du parenchyme central non chlorophyllien, localisées au voisinage de la gaine fibreuse qui entoure le faisceau libéro-ligneux médian.

Les mêmes principes se retrouvent-ils dans la tige de cette espèce? Dans le but de résoudre cette question nous avons entrepris l'étude structurale de cet organe, qui n'avait été jusqu'alors l'objet d'aucune observation. La jeune tige de l'Aulax umbellata R. Br. se fait remarquer principalement par la forte cuticule des cellules épidermiques; cette cuticule se prolonge fréquemment en une saillie hémisphérique dont l'épaisseur atteint jusqu'à 30<sup>µ</sup>. L'examen de coupes non colorées nous révèle la présence constante d'un contenu brun foncé à l'intérieur des constituants des 4-5 assises les plus internes du parenchyme cortical. Comme dans la feuille, il s'agit d'un tanin fixé sur un mucilage pectosique.

Il restait à chercher si un tel complexe se rencontre dans les mêmes tissus chez Aulax pinifolia Berg., espèce voisine qui se distingue par ses feuilles aciculaires. Nous voyons encore une substance brun foncé localisée à l'intérieur des constituants de la gaine endodermique, ainsi que dans plusieurs cellules de la zone de parenchyme interne de la feuille. Les examens microchimiques donnent les résultats suivants:

Perchlorure de fer	col. noire.
Hématoxyline Delafield	col. violette.
Rouge Congo	col. rouge brique.
Réaction de biuret	col. rougeâtre intense.

Le tanin se trouve associé, cette fois, à un mucilage mixte et à des protéides. Les grains d'amidon, ici, n'apparaissent pas nettement.

En examinant sans coloration préalable des coupes de jeunes tiges d'Aulax pinifolia Berg., nous remarquons l'existence d'un produit ochracé à l'intérieur

de tous les constituants du parenchyme cortical, ainsi que dans la cavité de nombreux éléments sclérifiés des rayons médullaires et de la moelle. Les divers réactifs utilisés nous indiquent que ce contenu est toujours constitué par un mélange de tanin, de mucilage mixte pecto-cellulosique et de protéides.

L'association de ces divers corps constitue, chez Aulax pinifolia Berg., un complexe rare, bien caractéristique de l'espèce et qui ne se retrouve pas chez Aulax umbellata R. Br.

CHIMIE VÉGÉTALE ET PHYSIOLOGIQUE. — Composition chimique et activité vitaminique B<sub>2</sub> des graines de Parkia africana R. Br. Note (¹) de M. RAOUL LECOQ et M<sup>110</sup> ANNE RAFFY, présentée par M. Paul Portier.

Le Parkia africana R. Br. (Légumineuses-Mimosées) est un grand arbre, commun dans toute la zone africaine intertropicale, du Sénégal au Mozambique. Connu sous le nom de Houlle (ûl), de Néré ou de Nété, il fournit à la consommation indigène des gousses, analogues à celles du Haricot, dont on extrait les graines et une pulpe sucrée pulvérulente. La pulpe constitue en avril-mai, à la maturité, une réserve alimentaire qui, selon la vive expression du pharmacien-colonel Laffitte, « sauve l'Afrique de la famine »; conjointement, la graine est utilisée pour la préparation d'un condiment local, avidement recherché, le Noumbala ou Soumbara. Cette graine est formée d'une enveloppe jaune brunâtre, constituée par les assises internes de la pulpe, d'un tégument noirâtre, fortement sclérifié, et d'une amande oléagineuse, composée de deux cotylédons, dont les cellules dépourvues d'amidon sont gorgées de grains d'aleurone. Caractères macroscopiques et étude histologique furent précisés déjà par L. Crété (2); mais cet auteur ne paraît avoir retenu que l'utilisation éventuelle des graines du Parkia africana dans l'industrie des savons et des bougies. Nous appuyant sur les connaissances particulières de l'un de nous en ces questions (3), nous croyons devoir faire toutes réserves sur la possibilité de tels emplois industriels. Par contre, compte tenu de leur richesse en acides gras non saturés considérés comme essentiels pour la nutrition, nous pensons que les propriétés alimentaires de ces graines mériteraient d'être mieux connues, car elles pourraient fournir des amandes torréfiées décortiquées et une farine de tourteau assez comparables aux produits obtenus jusqu'ici à partir de l'arachide ou du soja.

Les graines du P. Africana, telles qu'elles nous sont parvenues, ont un poids moyen de 0<sup>5</sup>,25 et présentent en poids la composition suivante :

Enveloppe brune	14,15 ) 2- 52
Enveloppe brune	23,38 } 37,33
Amande	62,47

<sup>(1)</sup> Séance du 4 janvier 1944.

<sup>(2)</sup> Thèse Doct. Pharm. (Univ.), Paris, 1910.

<sup>(3)</sup> R. LECOQ, ibid., 1916.

D'autre part la composition chimique, déterminée par les méthodes usuelles (4), donne pour 100<sup>8</sup>:

	Graines entières.	Amandes.
Humidité	6,36	7,40
Cendres	4,09	3,57
Lipides	13,09	21;07
Protides $(N \times 6, 25)$	40,62	24,62
Glucides hydrolysables (exprimés en glucose).	11,42	15,15

Ces résultats, assez voisins de ceux obtenus par Crété, confirment en quelque sorte l'identité des produits étudiés. Les coupes, examinées au microscope en eau iodée, montrent également l'absence d'amidon.

D'autre part nous nous sommes proposé de rechercher l'activité vitaminique B<sub>2</sub> de ces graines, tant par méthode chimique que par méthode biologique.

Le dosage chimique fut pratiqué à l'aide d'une technique inspirée de A. Gourévitch (5). Préalablement broyées au moulin, les graines sont épuisées par l'alcool méthylique à 50 %; le produit de l'extraction est ensuite agité avec du chloroforme, puis traité par le permanganate de potassium en milieu acétique et l'eau oxygénée. La solution méthylique, examinée en lumière ultraviolette, présente alors une fluorescence bleuâtre sans teinte apparente. Examinée au photomètre de Pulfrich, comparativement à une solution étalon de riboflavine synthétique pure, on compte approximativement os, i de riboflavine par gramme; mais étant donnée la différence des teintes, ces résultats restent douteux. La présence de substances provenant de l'enveloppe ou du tégument pouvant entraver la réaction, un nouveau dosage fut pratiqué sur les graines préalablement décortiquées, mais le résultat obtenu dans ces conditions fut aussi défectueux.

La méthode biologique mise en œuvre utilisait de jeunes rats de 30 à 40<sup>5</sup>, recevant chaque jour 10<sup>5</sup> du régime Randoin-Raffy-Aguirrezabala (6), soit pur (témoins en avitaminose B<sub>2</sub>), soit additionné de 10<sup>7</sup> de riboflarine pure ou de 10 et 20 % de graines de *Parkia africana*, préalablement broyées au moulin. La mort des sujets, dans le premier cas, survenait après faible croissance, puis chute de poids, entre le 20<sup>6</sup> et le 30<sup>6</sup> jour; de bonnes croissances s'observaient dans tous les autres cas, et l'augmentation de poids atteignait en moyenne 20 à 35<sup>5</sup> dans les deuxième et troisième cas, et jusqu'à 40 et 55<sup>5</sup> dans le quatrième.

Il semble que 18 de Néré ait biologiquement une activité vitaminique B2

<sup>(\*)</sup> M. LEPRINCE et R. LECOQ, Guide pratique d'analyses alimentaires, Paris, 2º édition, 1930.

<sup>(5)</sup> Bull. Soc. Chim. Biol., 19, 1937, p. 125; M. Fontaine et A. Raffy, Actualités scientifiques et industrielles, nº 871, Paris, 1940.

<sup>(6)</sup> L. RANDOIN, A. RAFFY et J. AGUIRREZABALA, C. R. Soc. Biol., 126, 1937, p. 872.

égale à celle de 10° de riboflavine pure, résultat très voisin de celui qui fut trouvé pour le germe de Blé (7).

Conclusions. — Les graines de Parkia africana R. Br. renferment une amande huileuse (riche en acides gras non saturés) comestible, dépourvue d'amidon et se rapprochant par ses caractères de l'Arachide et du Soja.

Ces graines apparaissent douées d'une activité vitaminique B<sub>2</sub> élevée, sensiblement égale à celle du germe de Blé.

Toutefois, de même et plus encore que dans le germe, l'activité mesurée par la méthode biologique se révèle très supérieure à la richesse en vitamine B<sub>2</sub> trouvée par la méthode chimique; cette différence est due vraisemblablement à la présence de facteurs de croissance autres que la riboflavine, mais ayant une action physiologique très comparable.

PARASITOLOGIE. — Infestation expérimentale, per os, de Réduvidés tropicaux suceurs de sang (Triatomes), par des Flagellés parasites d'un Hémiptère banal paléarctique, non hémophage, Pyrrhocoris apterus. Note de MM. JACQUES COLAS-BELCOUR et PIERRE NICOLLE, présentée par M. Émile Roubaud.

Les Flagellés trypanosomides parasites du sang des Vertébrés dérivent-ils des Flagellés (*Leptomonas*, *Strigomonas*, *Herpetomonas* etc.) rencontrés fréquemment chez des Invertébrés non suceurs de sang (Mouches, Punaises des Plantes ou carnassières)? Nous apportons à ce débat déjà ancien et très controversé une donnée expérimentale nouvelle : la possibilité pour des Flagellés parasitant l'intestin d'un Hémiptère phytophage banal de nos régions, de s'adapter au tube digestif d'Insectes piqueurs et strictement suceurs du sang des Vertébrés.

Signalé pour la première fois par L. Léger et O. Duboscq (†) chez l'Hémiptère phytophage *Pyrrhocoris apterus*, le *Leptomonas pyrrhocoris* Zotta est un parasite fréquent de l'intestin postérieur de cet Insecte, mais, dans certains cas d'infestation massive, il envahit même son cœlome et ses glandes salivaires (²). Zotta a montré que ce Flagellé était doué d'un certain pouvoir pathogène lorsqu'il est inoculé dans la cavité générale d'Insectes appartenant à divers ordres. Il restait toutefois à effectuer l'infestation d'Insectes suceurs de sang, d'une part, et, d'autre part, de chercher si celle-ci était réalisable par la voie orale. Zotta lui-même avait admis qu'on ne pourrait « parler d'une adaptation véritable et définitive du *L. pyrrhocoris* » chez ses nouveaux hôtes, qu'après avoir réussi l'infestation *per os* (³).

<sup>(7)</sup> R. Lecoq et A. Raffy, Comptes rendus, 216, 1943, p. 129.

<sup>(1)</sup> Arch. Zool. Expér., 5° série, 5, 1910, p. 233.

<sup>(2)</sup> Ann. Sc. Univ. Jassy, 7, 1912, p. 210.

<sup>(3)</sup> C. R. Soc. Biol., 85, 1921, p. 135; Ann. Sc. Univ. Jassy, 12, 1923, p. 35.

Nous avons pu effectuer, en un seul temps, les deux parties de ce programme en utilisant le thermotropisme alimentaire du Réduvidé hémophage *Triatoma* 

infestans Klug (\*).

Les Flagellés, dans leur nouvel hôte expérimental, sont localisés dans la partie terminale de l'intestin postérieur et se présentent surtout sous la forme aciculée, très mobile. Ils y persistent et y pullulent, même après de nouveaux repas de sang et les mues qui ont suivi ceux-ci, enfin, malgré un jeûne prolongé. De plus nous avons obtenu, jusqu'ici, par la même méthode, quatre passages du *Leptomonas*, de Triatome à Triatome, sans observer une diminution notable de son pouvoir de multiplication chez l'Insecte.

Malgré la présence des Flagellés dans les déjections fraîchement émises par les Triatomes après leur repas de sang, deux expériences de transmission par le contact d'individus infectés avec des individus sains ont été négatives.

Il nous paraît important de souligner que Leptomonas pyrrhocoris s'est ainsi adapté facilement au tube digestif d'hôtes strictement hémophages, alors qu'il provient d'un Hémiptère réputé phytophage. Le changement radical du régime alimentaire de l'hôte invertébré n'a donc pas modifié le pouvoir de multiplication du parasite. Cette constatation conduit à se demander si le passage du Flagellé d'un Insecte phytophage à un suceur de sang ne constituerait pas le premier échelon vers l'adaptation de ce Flagellé au parasitisme chez les Vertébrés hôtes nourriciers de cet Arthropode.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

<sup>(4)</sup> P. NICOLLE, Bull. Soc. Path. Exot., 34, 1941, p. 179.